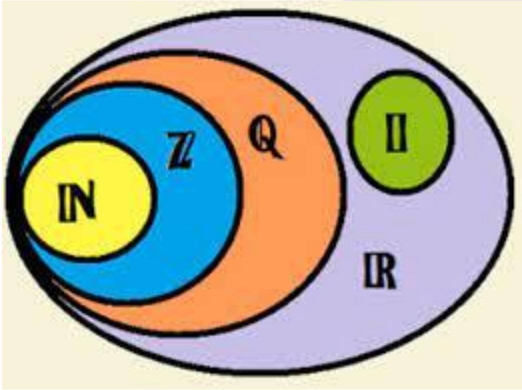
FACULTAD CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS

Universidad de Playa Ancha

CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN TALL- VINNER

DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA Y LOS NÚMEROS

2022



VALPARAÍSO

Antecedentes, CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

Hacia principios de los años ochenta, S. Vinner introdujo la terminología *concepto-imagen* y *concepto-definición* asociadas a conceptos matemáticos.

S. Vinner

D. Tall

Tall y Vinner (1981) Formulan su artículo: "***Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity***" Donde proponen una nueva forma de analizar, problemáticas de aprendizaje desde un punto de vista cognitivo.

Modelos Cognitivos

Modelos que se utilizan en la investigación
de los procesos cognitivos implicados
en el aprendizaje de conceptos matemáticos complejos,

estos modelos son distintas formas teóricas
de describir la naturaleza del conocimiento de los estudiantes
y los procesos de construcción del mismo.

Algunos ejemplos de Modelos Cognitivos para la de investigación:

Teoría de Registros Semióticos
APOS
Modos de Pensamiento
Campos Conceptuales,
TAD.

Conceptualización

Un concepto matemático es una secuencia de palabras o una definición verbal del concepto, fruto de su evolución histórico-epistemológica.

Se podría distinguir entre las definiciones *formales*, convenidas por la comunidad científica matemática, y las definiciones *personales* que utilizan las personas como interpretación, construcción o reconstrucción de una definición formal.

Se considera el *esquema conceptual* que tiene una persona de un concepto matemático como la expresión que permite referirnos a

"la estructura cognitiva de un individuo asociada a un concepto matemático y que incluye todas las imágenes mentales, las propiedades y los procesos asociados al concepto; se construye a lo largo de los años a través de experiencias de todo tipo y va cambiando según el individuo madura y halla nuevos estímulos ..."

(Tall y Vinner, 1981)

Conceptualización

Resumiendo, el esquema conceptual es algo no siempre verbal que asociamos mentalmente al nombre del concepto;
puede ser una representación visual del concepto
pero incluye también las experiencias y las sensaciones vividas en relación al mismo.

Es evidente que las representaciones visuales, las imágenes mentales, las propiedades, los procedimientos, las sensaciones o las experiencias asociadas al nombre del concepto se pueden traducir a formas verbales pero,

“es importante recordar que dichas formas verbales
no son la primera cosa evocada en nuestra memoria”.

Vinner (1991)

Conceptualización

Tall (1995) explica que existen dos secuencias de desarrollo, distintas y simultáneas, que empiezan una por la percepción de objetos y la otra con la acción sobre ellos.

Explica que la actividad matemática empieza por la percepción de objetos en forma visuo-espacial, seguida de su descripción verbal, su clasificación y el inicio de deducciones verbales.

La acción sobre objetos matemáticos nos lleva a considerar un tipo de desarrollo cognitivo distinto, relacionado con el problema de la dualidad proceso-objeto y la noción de lo que llama ***procepto***.

"Definimos un ***procepto*** como un objeto mental combinado que consiste en un proceso, un concepto producido por dicho proceso, y un símbolo que se puede usar para significar cualquiera de los dos o los dos."

Conceptualización

Por ejemplo:

1.- La expresión $f(x) = x^2 - 9$ representa simultáneamente el proceso de cómo calcular el valor de la función $f(x)$ para un valor particular de x y el objeto, es decir el concepto de función para un valor general de x.

Se habla de un ***procepto*** "molde".

2.- Las expresiones:

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-9}{x-1} \; ; \; \lim_{x\to 0} \frac{sen x}{x} \; ; \; \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k}$$

representan el proceso de tender a un límite y el objeto valor del límite, pero sin incluir el procedimiento de cálculo específico para obtener ese valor.

En este caso se trata de un ***procepto*** "estructural".

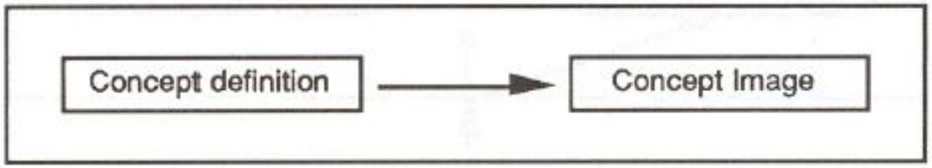
CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

“ ***Concepto-imagen*** es la estructura cognitiva total que se asocia con el concepto, que incluye todas las imágenes mentales y propiedades y procesos asociados (...)"

“ ***Concepto-definición*** es la fórmula con palabras usadas para especificar ese concepto".

Vinner,
explica que el *concepto-imagen* se va llenando" gradualmente,
y que no necesariamente refleja todos los aspectos del concepto-definición.

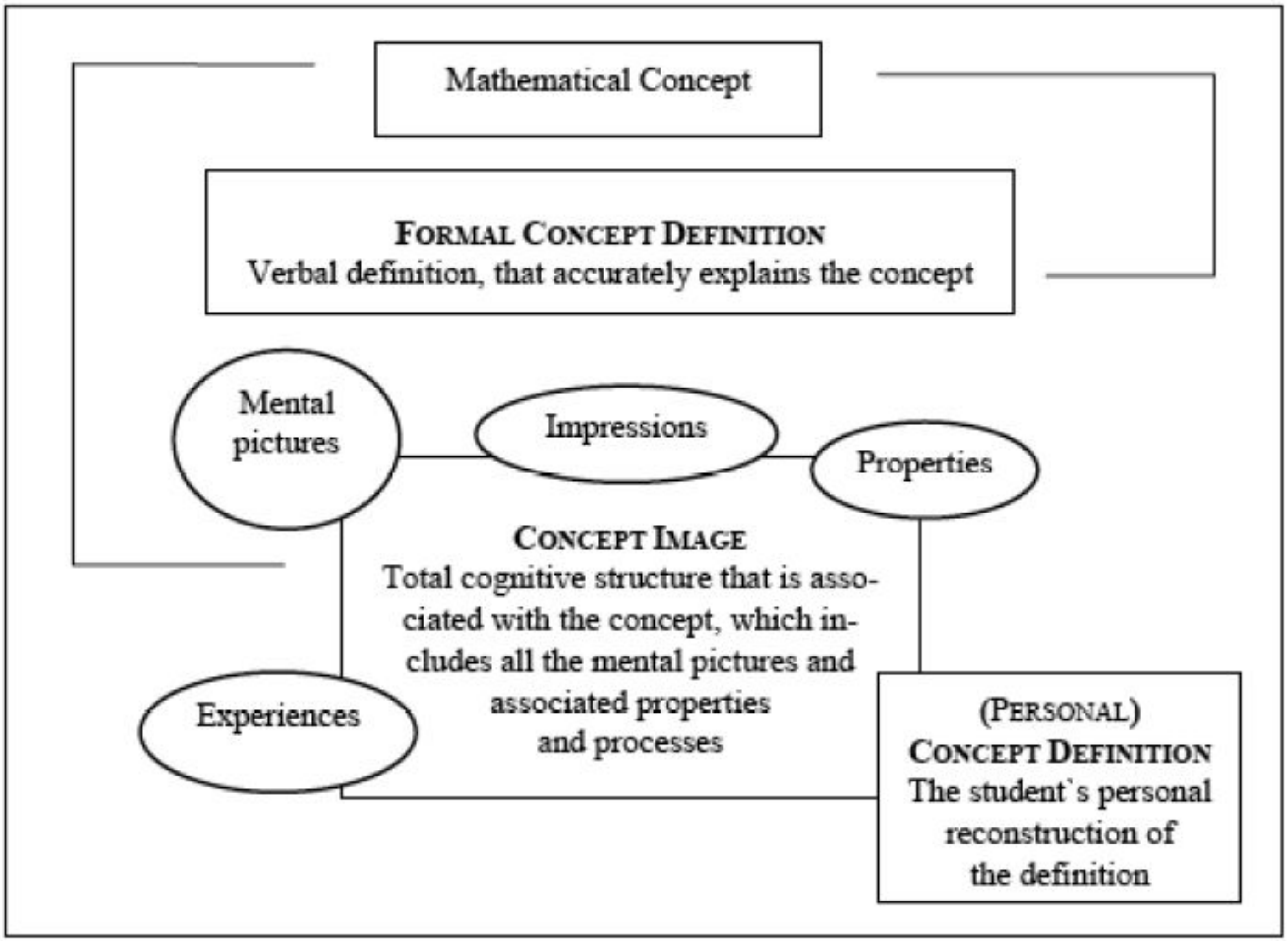
Por otra parte sostiene que existe la creencia que el concepto-imagen se forma en las mentes a partir del concepto definición y que está completamente controlado por este" .



Expected relationship between concept image and concept definition during concept formation by teachers (Vinner, 1994, p.70).

CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

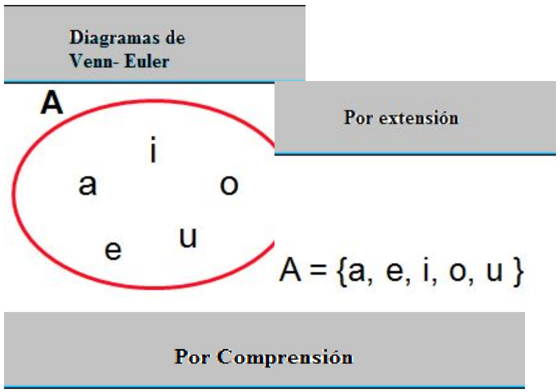
ESQUEMA DE LA TEORÍA



CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

***Ejemplo: Concepto-imagen y Concepto-definició*n.**

CONJUNTO



A = { Letras del alfabeto que son vocales }

un **conjunto** es una colección de elementos considerada en sí misma como un objeto.

Suele definirse mediante una propiedad que todos sus elementos poseen.

CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

Ejemplo, de Vinner (1983) …el concepto de **sistema de coordenadas**.

Supongamos que un niño cree que los ejes coordenados tras la visualización de varias gráficas necesariamente han de formar un ángulo recto.

Ahora el profesor presenta la definición general de un sistema de coordenadas, el que está formado por dos líneas rectas no paralelas, cualesquiera:

. . . Pueden presentarse tres situaciones:

(I)El concepto imagen cambiará para incluir también sistemas de coordenadas de ejes que no formen un ángulo recto.

(II) **La celda del concepto imagen permanecerá como está. La celda asociada a la definición contendrá la definición del profesor durante un momento pero esta definición será olvidada o distorsionada . . . Cuando se le pida que defina un sistema de coordenadas hablará sobre ejes que forman ángulo recto.**

(III). **Ambas celdas quedarán como están. En el momento en que al estudiante se le pregunte . . . repetirá la definición del profesor, pero en todas las otras situaciones pensará en un sistema de coordenadas como el que tiene dos ejes perpendiculares.**

(Vinner, 1983, p.294)

CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

“PROBLEMÁTICA TALL –VINNER”:

- ✔ El concepto imagen y el definición puede presentar incoherencias, al activarse o ponerse en juego en diferentes situaciones.

- ✔ Entre el concepto imagen que construye el sujeto y el concepto definición se pueden presentar desadaptaciones, relativas a la forma en que el sujeto apropia el significado socialmente compartido del concepto matemático.

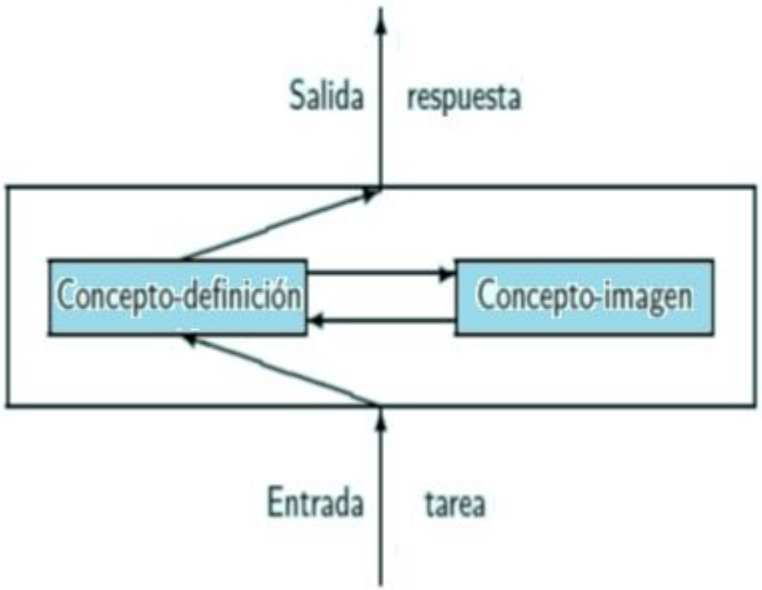
- ✔ Es frecuente que los estudiantes no dispongan de la definición de un concepto matemático que han estudiado. No obstante, aun cuando la tengan y aun si la definición que verbalizan concuerda con el concepto definición, ésta puede estar desarticulada, sin que tenga efectos en la acción del sujeto.

INTERRELACIÓN ENTRE EL CONCEPTO DEFINICIÓN Y EL CONCEPTO IMAGEN

Lo que en realidad suele ocurrir es que coexisten ambas, las que pueden incluir aspectos contradictorios.

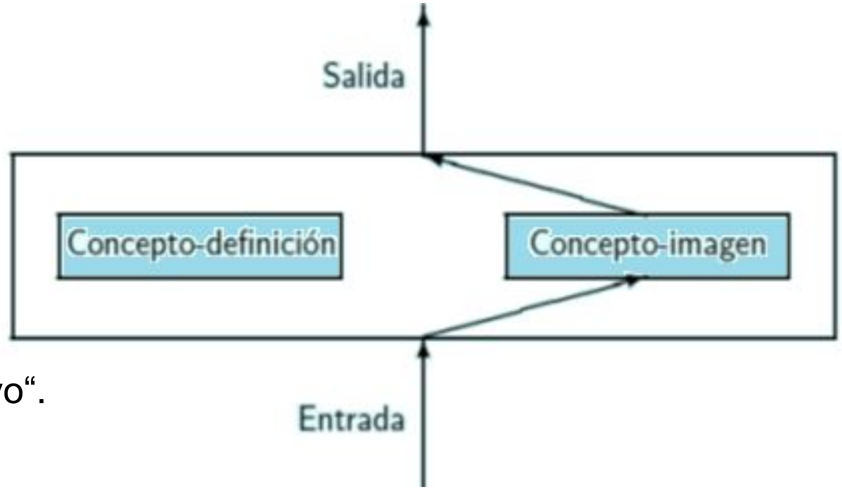
Esas contradicciones solo se manifestarían cuando sean evocadas simultáneamente.

El comportamiento deseable de **complementariedad** entre imagen y definición para producir una respuesta, que esquemáticamente será el que muestra en el diagrama.



INTERRELACIÓN ENTRE EL CONCEPTO DEFINICIÓN Y EL CONCEPTO IMAGEN

Cuando **no** existe una verdadera integración entre
el concepto imagen y el concepto definición,
El diagrama anterior es reemplazado, por ejemplo por el siguiente



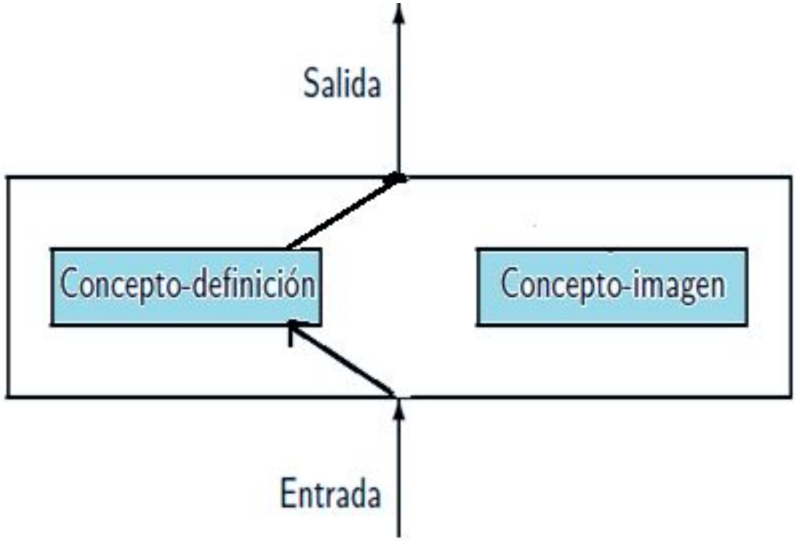
Donde se construye mediante un camino "intuitivo".

INTERRELACIÓN ENTRE EL CONCEPTO DEFINICIÓN Y EL CONCEPTO IMAGEN

Este diagrama corresponde al “ideal” o “formal”.

Al igual al caso anterior **no** existe una verdadera integración entre el concepto imagen y el concepto definición.

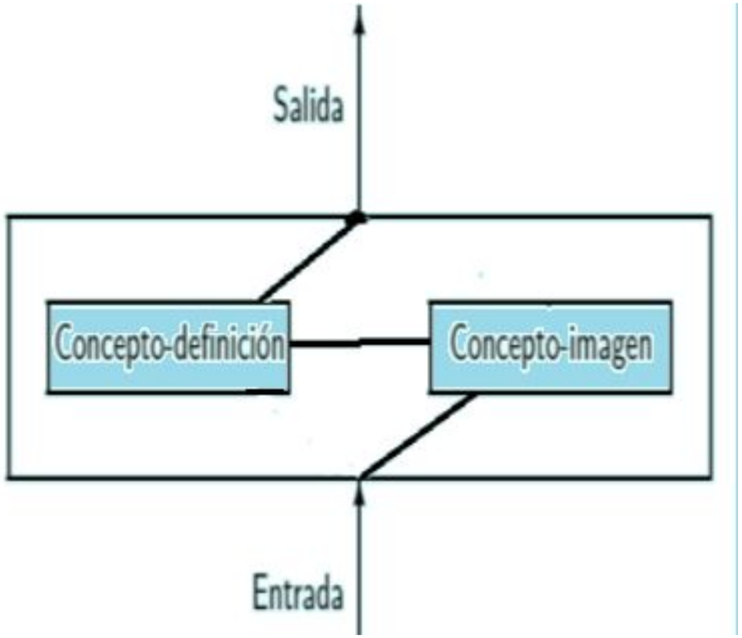
Donde se construye mediante un camino formal.



Definiciones , CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

INTERRELACIÓN ENTRE EL CONCEPTO DEFINICIÓN Y EL CONCEPTO IMAGEN

En el diagrama se presenta la deducción siguiendo un proceso intuitivo.



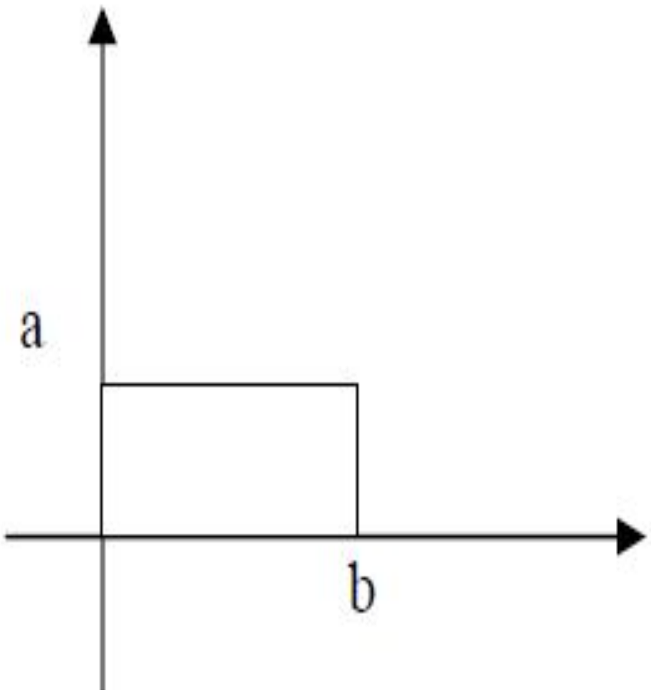
Observemos que se propone no solo un modelo de investigación , sino que es parte de una propuesta de enseñanza, constructivista que incorpora los conceptos adquiridos por el estudiante y los formaliza.

Ejemplos, CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

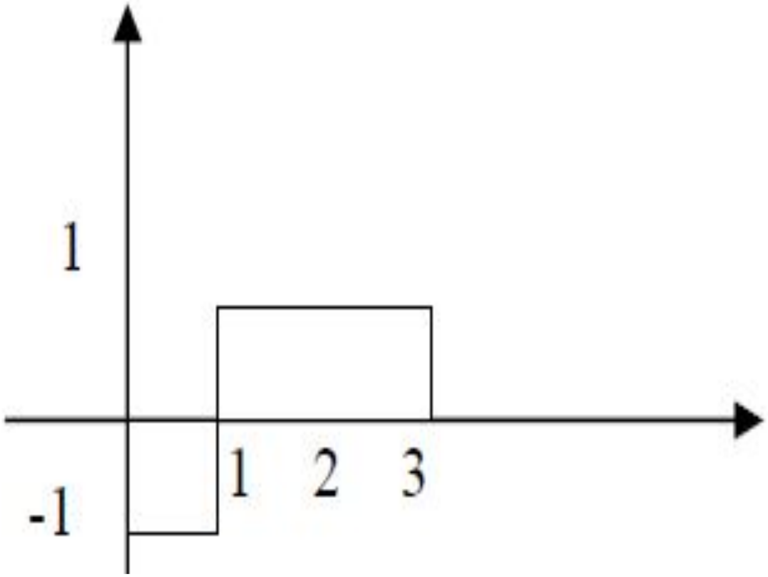
INTEGRATING INTUITION: THE ROLE OF CONCEPT IMAGE AND CONCEPT DEFINITION FOR STUDENTS' LEARNING OF INTEGRAL CALCULUS. Rösken y Rolka (2007).

Find a formula for the area by using integration.

a)



b)



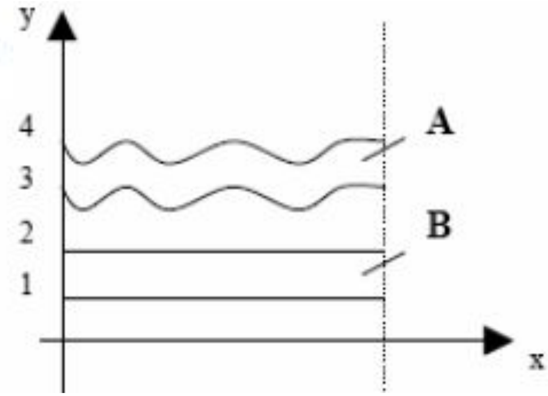
Ejemplos, CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

INTEGRATING INTUITION: THE ROLE OF CONCEPT IMAGE AND CONCEPT DEFINITION FOR STUDENTS' LEARNING OF INTEGRAL CALCULUS. **Rösken y Rolka (2007).**

Problem 5:

The picture shows two areas A and B.

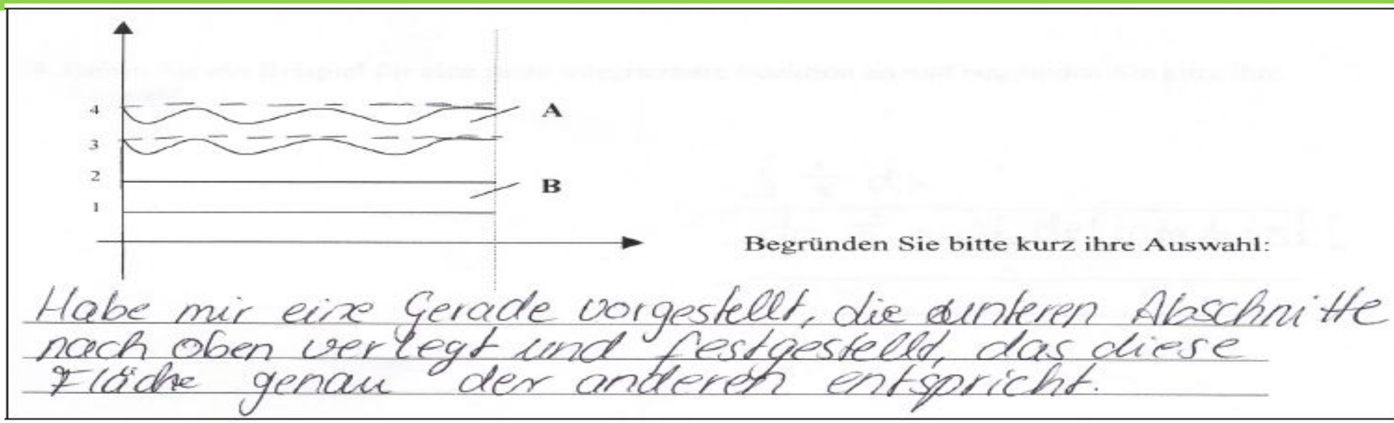
What do you think is correct for the relation between the areas?



- *The area of A is bigger than the one of B.*
- *The area of A is smaller than the one of B.*
- *Both areas are equal.*
- *Without any function given explicitly, it is not possible to answer this question.*

Ejemplos, CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

INTEGRATING INTUITION: THE ROLE OF CONCEPT IMAGE AND CONCEPT DEFINITION FOR STUDENTS' LEARNING OF INTEGRAL CALCULUS. **Rösken y Rolka (2007).**



Respuesta de los estudiantes

El área de A es más grande que la de B.

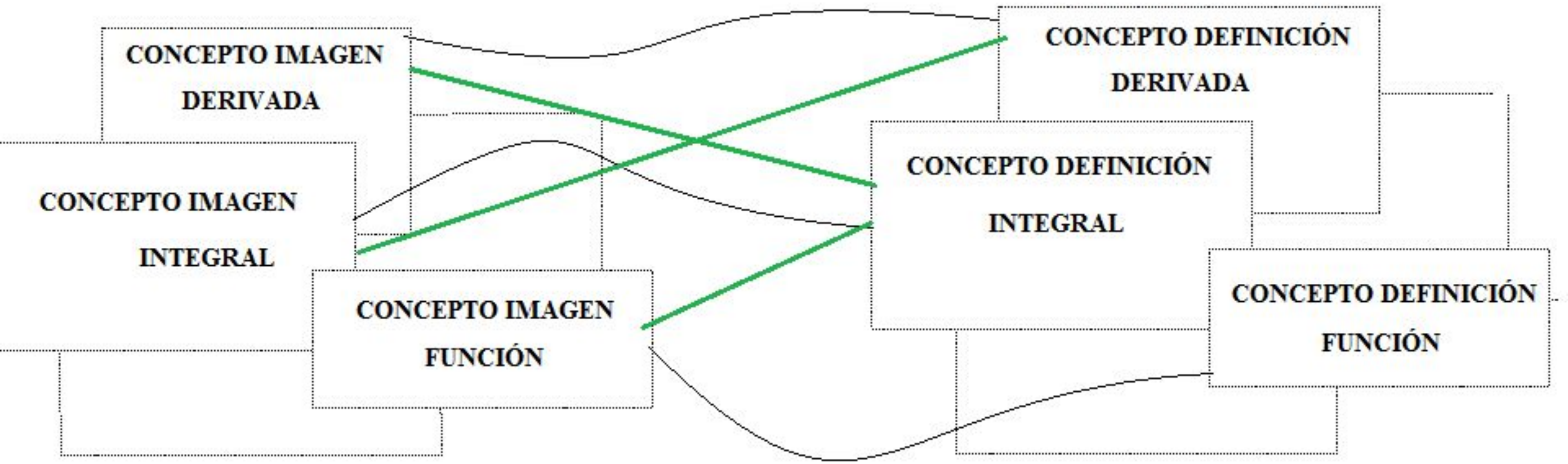
- ✔ Si extiendo el área de A, tendría dos líneas horizontales que podrían ser más largo que las líneas del área de B.
- ✔Como las dos funciones que incluyen A, exactamente como para la B, siempre tienen la distancia 1, pero son olas y tienen el mismo límite, A> B.
- ✔las gráficas de A son mucho más largos, por lo tanto, el área es también más grande que B. Ejemplo: El intestino en el cuerpo es mucho más largo como uno se imagina pero como es curvado y plegado, se ajusta en nuestro cuerpo.

Dos estudiantes afirman que la respuesta a esta pregunta no es posible porque no hay ninguna función indicada. Afirman que - sólo en referencia a la ilustración - no se puede asumir el paralelismo de las funciones.

Ejemplos, CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

INTEGRATING INTUITION: THE ROLE OF CONCEPT IMAGE AND CONCEPT DEFINITION FOR STUDENTS' LEARNING OF INTEGRAL CALCULUS. Rösken y Rolka (2007).

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN



INTERPLAY BETWEEN CONCEPT IMAGE & CONCEPT DEFINITION: DEFINITION OF CONTINUITY

Jayakody (2013)

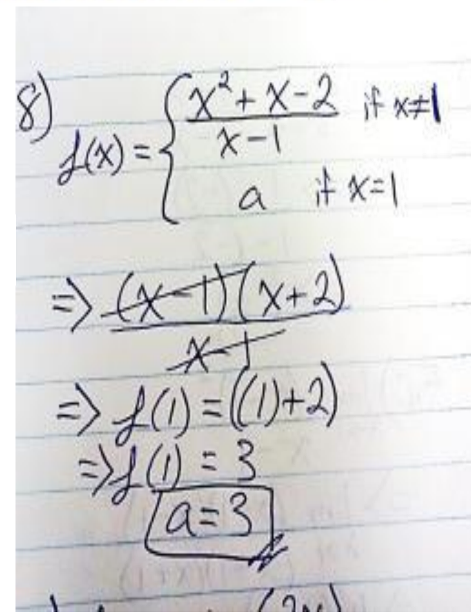
study.

Let

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 1} & ; x \neq 1 \\ a & ; x = 1 \end{cases}$$

Which value must you assign to a so that $f(x)$ is continuous at $x = 1$?

Respuesta de un estudiante a la pregunta anterior :



Explicación de las dificultades según el marco.

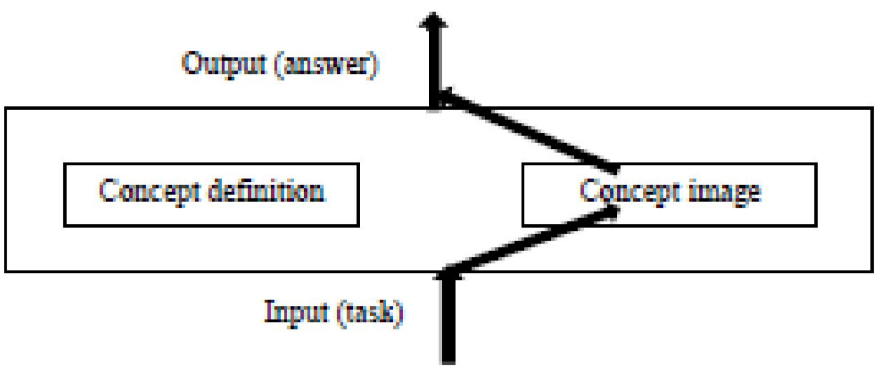


Figure 2: Intuitive response

Ejemplos, CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity. Tall & Vinner(1981).

following theorem is true or false:

> Suppose as $x \to a$ then $f(x) \to b$
> and as $y \to b$ then $g(y) \to c$
> then it follows that
> as $x \to a$, then $g(f(x)) \to c$.

For instance if

$$f(x) = 0$$

$$g(y) = \begin{cases} 0 & (y \neq 0) \\ 1 & (y = 0) \end{cases}$$

then

$$\text{as } x \to 0, f(x) \to 0$$

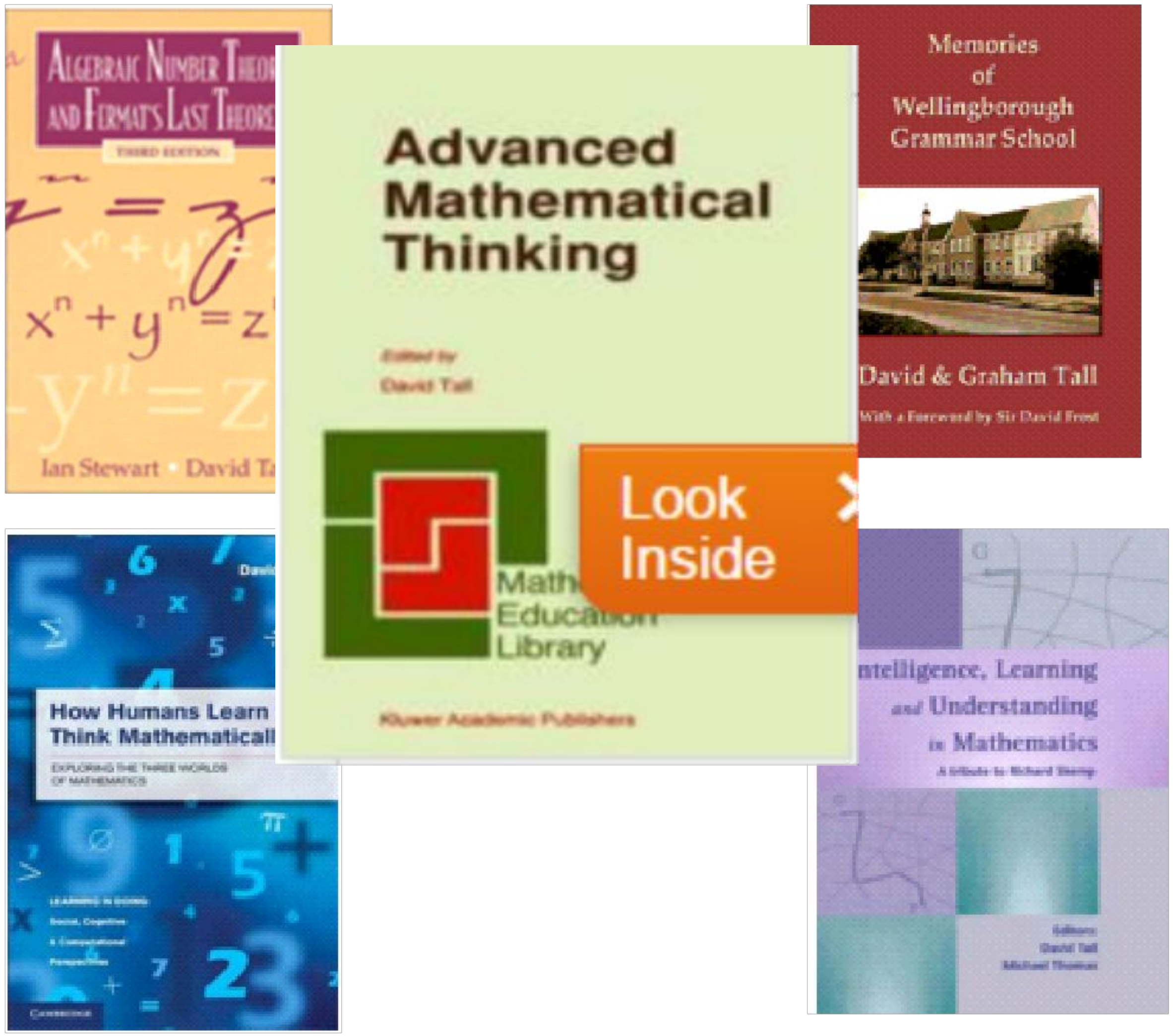
$$\text{as } y \to 0, g(y) \to 0$$

$$\text{as } x \to 0, g(f(x)) = g(0) \to 1.$$

PROPUESTA:
REALIZAR UN ANÁLISIS DIDÁCTICO
A LA LUZ DEL CONCEPTO IMAGEN Y
EL CONCEPTO DEFINICIÓN DE
LAS DOS PREGUNTAS PROPUESTAS POR LOS AUTORES.

CONCEPTO IMAGEN-CONCEPTO DEFINICIÓN: TALL- VINNER

Libros realizados por los autores, donde es posible profundizar sobre este y otros temas relacionados con didáctica de la matemática



Muchas gracias por su atención.

Referencias Bibliográficas

TALL, D. y VINNER, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, **12** (2), pp. 151-169.

VINNER, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics, en *Avanced Mathematical Thinking* (ed. D. Tall). Dordrecht: Kluwer Acad. Publ.

VINNER, S. y DREYFUS, T. (1989). Image and Definitions for the Concept of Function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (4), pp. 356-366.