

DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA Y LOS NÚMEROS 2022

ISABEL MATURANA P.

EL ENFOQUE SOCIOEPISTEMOLÓGICO



RICARDO CANTORAL



Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa .

Estudios sobre construcción social del conocimiento.

Reconoce la existencia en los procesos de enseñanza – aprendizaje de la matemática un cruce de caminos entre las Matemáticas, las Ciencias Sociales y las Humanidades...

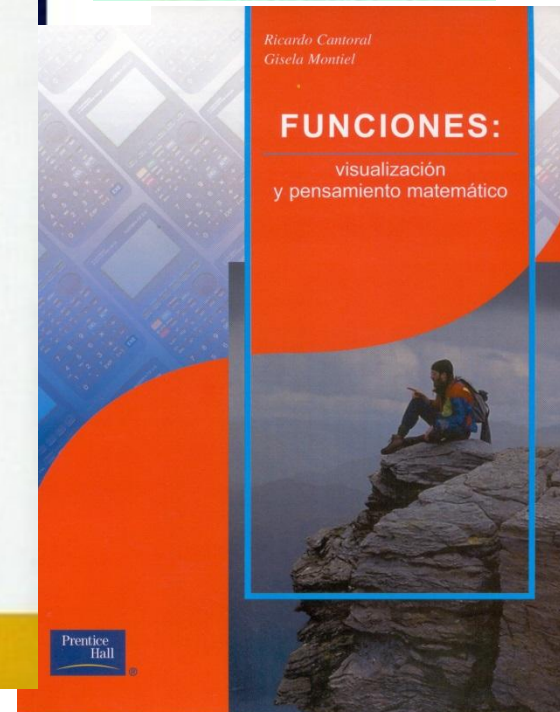
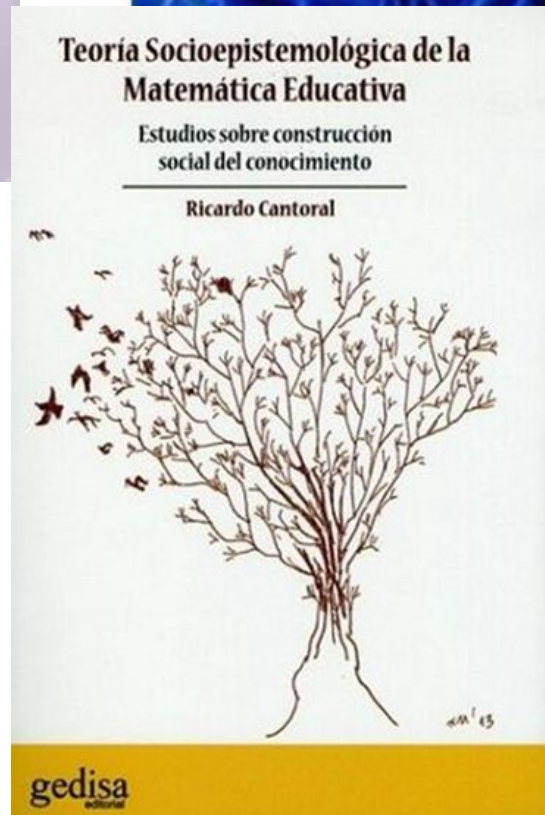
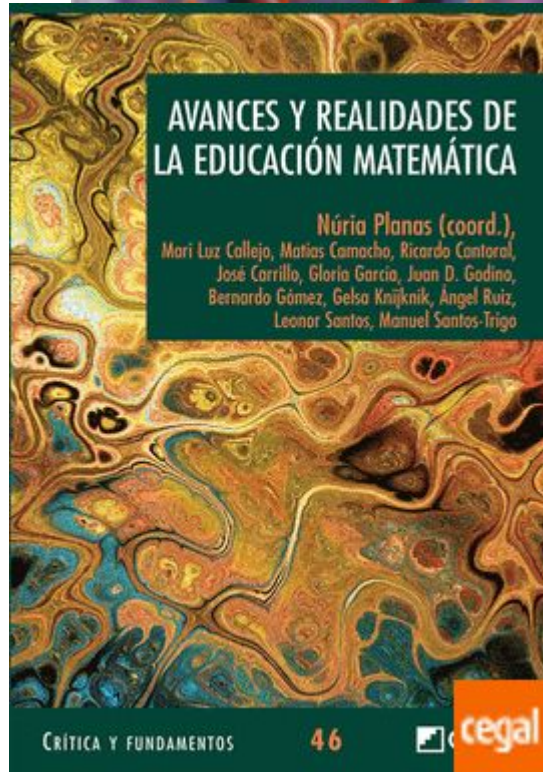
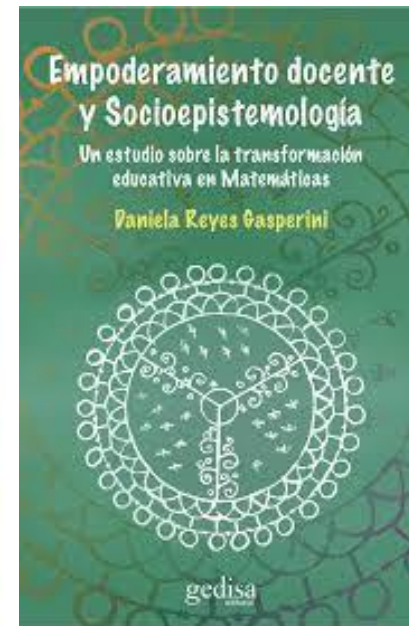
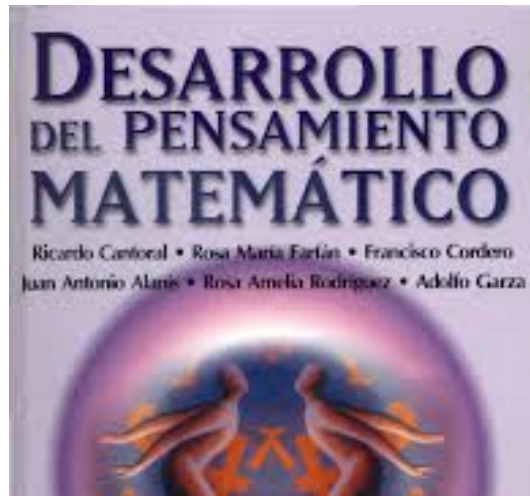
En los procesos educativos en Matemáticas propone tres grandes cambios:

- ✓ aula extendida,
- ✓ valor de uso del saber matemático y
- ✓ la formación ciudadana para una sociedad del conocimiento.



Ricardo Cantoral

rcantor@cinvestav.mx
<http://www.matedu.cinvestav.mx>



La Matemática Educativa

Es una disciplina académica que busca democratizar el aprendizaje de las matemáticas.

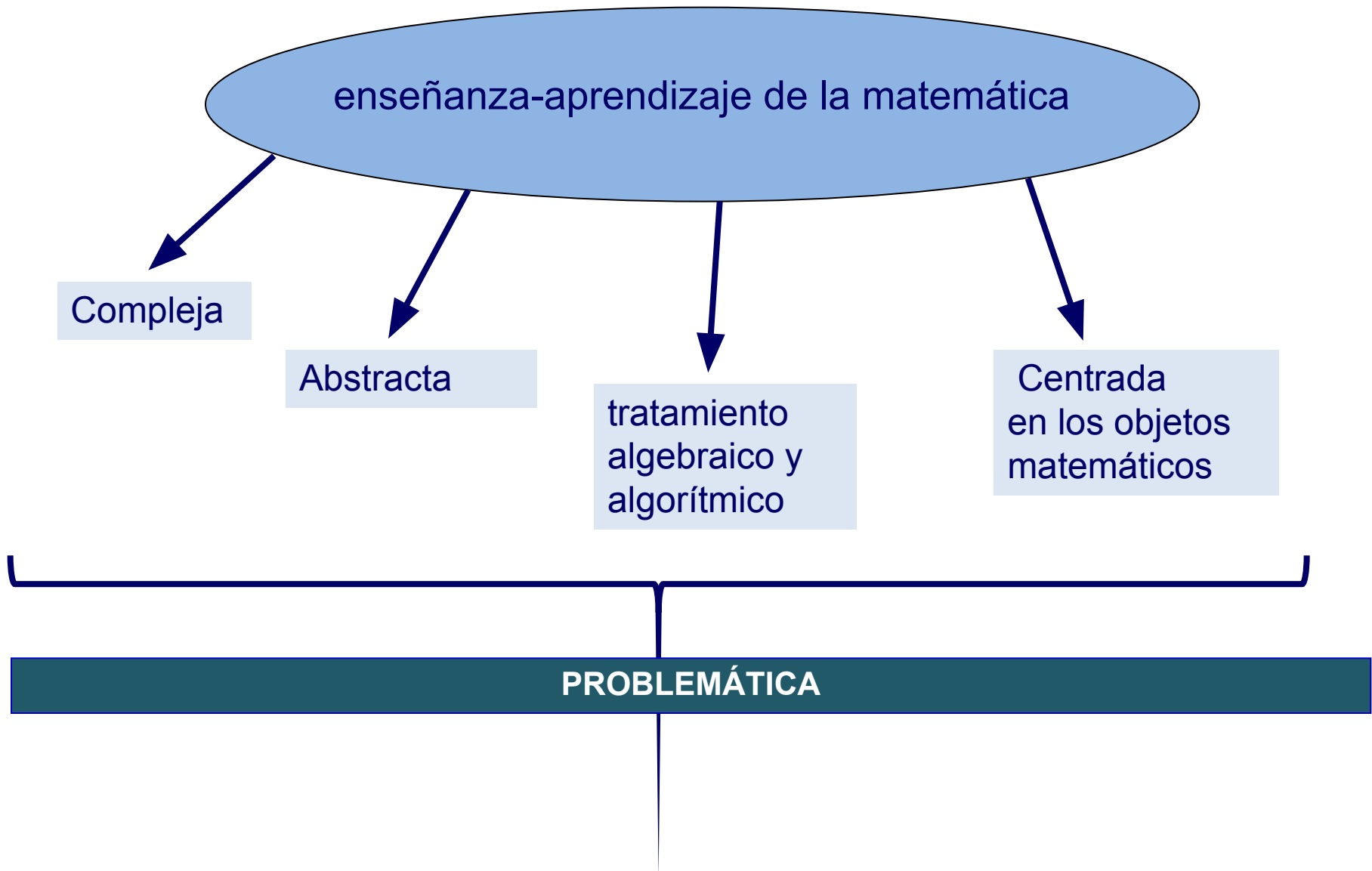
¿Cómo lograr que disfruten y entiendan las matemáticas la mayoría de los estudiantes de una clase?

¿Cómo hacerlo al nivel de la ciudadanía?

Existe una *Manera Matemática de Pensar* que puede difundirse Socialmente

Trabajando en un **aula extendida**, bajo la idea del **saber como conocimiento en uso** (construcción social del conocimiento) donde el aprendiz se asume como un actor en la **sociedad del conocimiento**: un ciudadano reflexivo, participativo y crítico

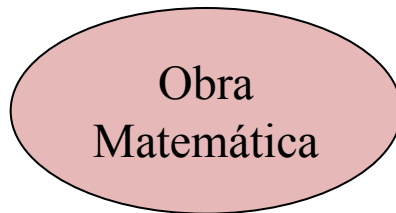
ANTECEDENTES



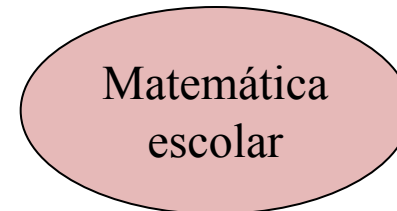
Génesis

aspecto importante como punto de partida

La Matemática Educativa reconoce como problemática fundamental que la obra matemática y la matemática escolar son diferentes



confrontación



¿QUÉ PASA CON EL
CONOCIMIENTO
MATEMÁTICO ESCOLAR?

UTILITARIO

las demandas

alumnos

¿para qué me
sirve saber esto?

profesores

mejores métodos
de enseñanza

NO FUNCIONAL

en el sentido de que no
Integro el conocimiento
en mi vida

Socioepistemología

```
graph TD; A[Socioepistemología] --> B[Aproximación teórica para abordar los fenómenos didácticos...]; A --> C[Aproximación sistémica que permite tratar en forma articulada...]; C --> D[- Epistemológica. - Cognitiva. - Didáctica. - Social.];
```

Aproximación teórica para abordar los **fenómenos didácticos**, la cual consiste en asumir que las prácticas sociales son las generadoras del conocimiento al seno de los grupos humanos.

Aproximación sistémica que permite tratar en forma articulada con las cuatro componentes fundamentales de la construcción social del conocimiento

- Epistemológica.
- Cognitiva.
- Didáctica.
- Social.

*El término socioepistemología
plantea un corrimiento
al problema del
saber, lo contextualiza,
lo sitúa.*

*Tradicionalmente, las aproximaciones
epistemológicas asumen que
El conocimiento es
el resultado de la adaptación de las
explicaciones teóricas con las
evidencias empíricas, ignorando,
sobremanera, el papel
que los escenarios históricos,
culturales e institucionales desempeñan en la
actividad humana.*

*De ahí que podamos decir
que la socioepistemología
es una aproximación teórica
de naturaleza sistémica que permite
tratar los fenómenos
de producción y difusión del conocimiento
desde una perspectiva múltiple,
al incorporar
el estudio de las interacciones entre la
epistemología del conocimiento,
su dimensión
socio cultural, los procesos cognitivos
asociados y los mecanismos de
institucionalización
vía la enseñanza.*

*La socioepistemología
por su parte,
plantea el examen del conocimiento social, histórica y
culturalmente situado,
problematizándolo a la luz de las circunstancias de su construcción y difusión*

Marco Teórico

objetivo



*Rediseñar el
Discurso Matemático Escolar
RDME*

*aportar marcos de referencia
ausentes en el diseño del currículo actual*

¿De qué se trata?

la realidad no es absoluta

*la realidad se va construyendo
el individuo construye su propia
realidad*

Elementos

Socioepistemología



Prácticas sociales

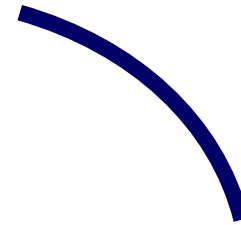
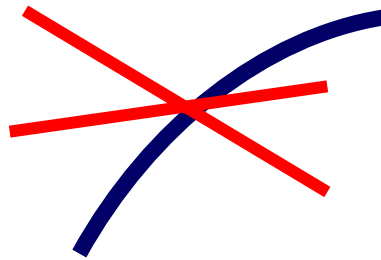
Resignificación

Institución

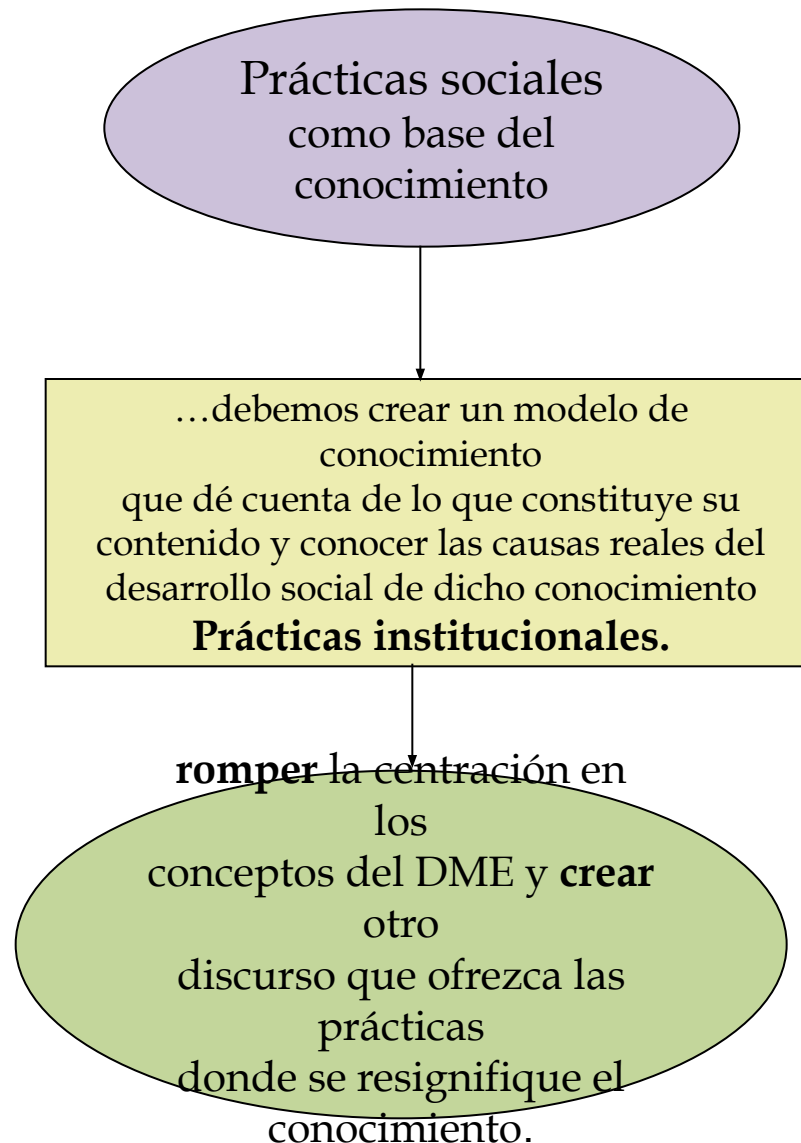
centración en los
conceptos matemáticos

centración en la
actividad humana

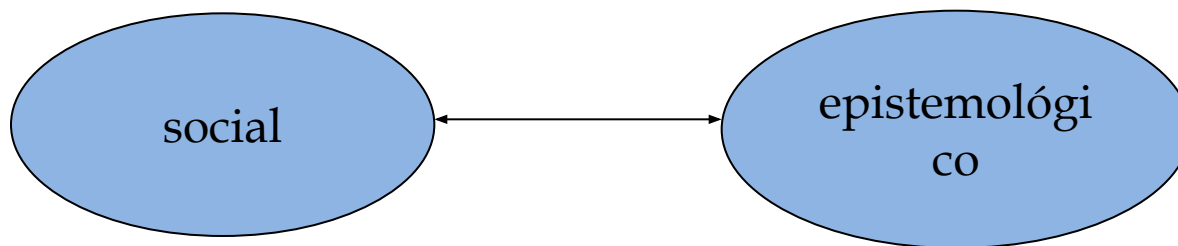
Rediseñar el discurso
matemático escolar



¿Qué se propone desde el punto de vista socioepistemológico?



Socioepistemología



*Interesa mirar al hombre
haciendo matemática ,
más que la matemática
hecha por el hombre*

Por ejemplo:

Si consideramos la función dada por la expresión

$$f(x) = x^3$$

de la cual se quiere conocer la derivada en x

La estrategia de Cauchy

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh + h^3 - x^3}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 + 3xh + h^2) \\&= 3x^2\end{aligned}$$

Derivada de Cauchy

Límite de un cociente

$$\frac{df(a)}{dx} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

La estrategia de Lagrange

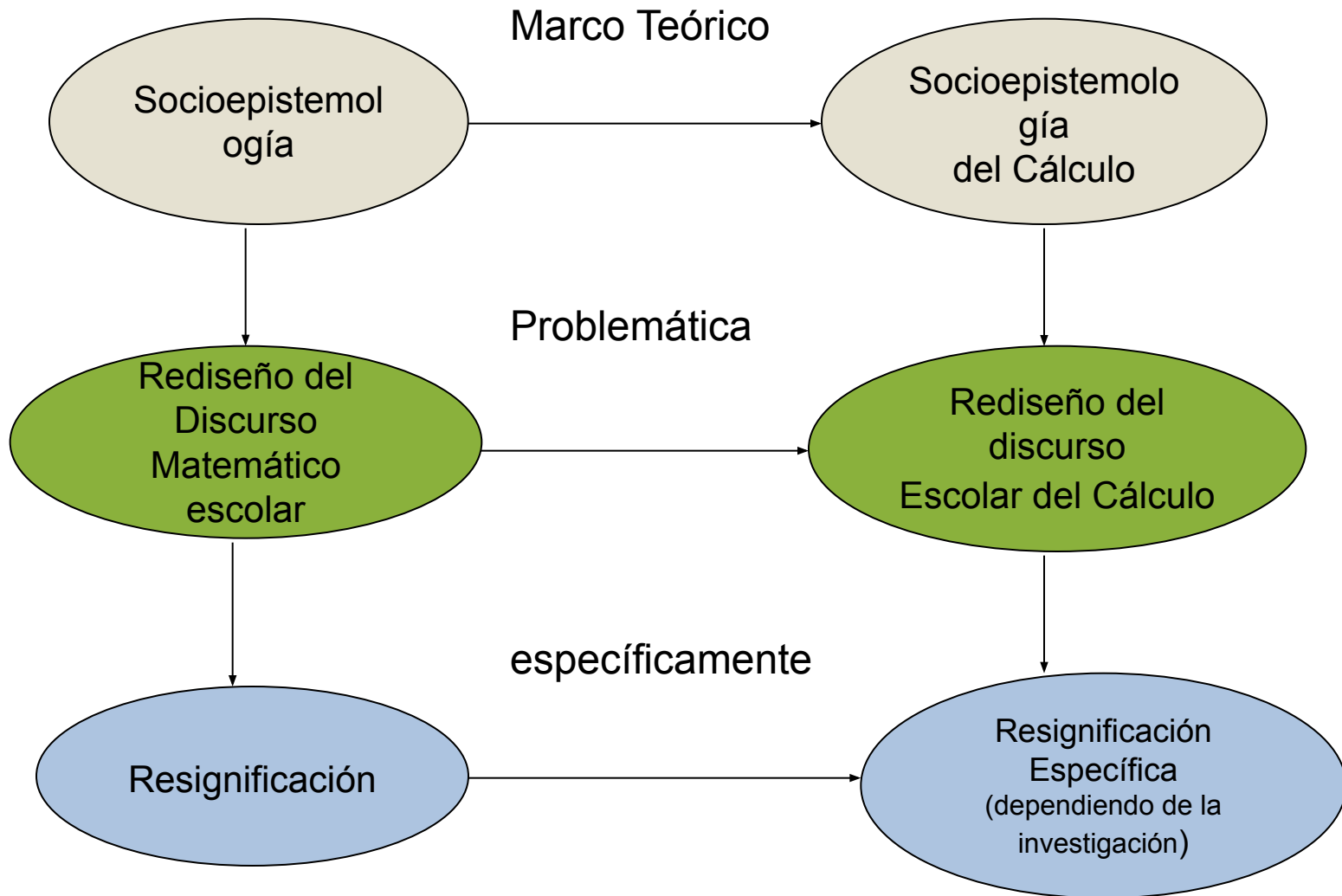
$$f(x+h) = (x+h)^3 = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$$

Derivada de Lagrange

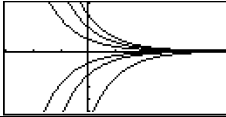
El coeficiente de un desarrollo

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + f''(a)(x-a)^2 / 2! + \dots$$

COMO SE ABORDA EL PROBLEMA



Una socioepistemología del Cálculo y Análisis

SITUACIONES			
CONSTRUCCIÓN EN LAS PRÁCTICAS	VARIACIÓN	TRANSFORMACIÓN	APROXIMACIÓN
Significados	Flujo Movimiento Acumulación Estado Permanente	Patrones de comportamiento gráficos y analíticos Comportamiento tendencial de la función	Límite Derivación Integración Convergencia
Procedimientos	Comparación de dos Estados $f(x+h) - f(x) = \alpha h$ $\alpha = f'(x)$	Variación de parámetros $y = Af(Bx + C) + D$	Límite de un cociente $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$
Procesos y Objetos	Cantidad de variación continua	Instrucción que organiza comportamientos	Función
Argumentación	Predicción $E_0 + \text{Variación} = E_f$	Graficación-modelación 	Analiticidad de las funciones $f(x+h) = f(x) + f'(x)h + f''(x)\frac{h^2}{2!} + \dots$

Trabajo de Investigación de Gabriela Buendía

La investigación trata el aspecto periódico de
las funciones

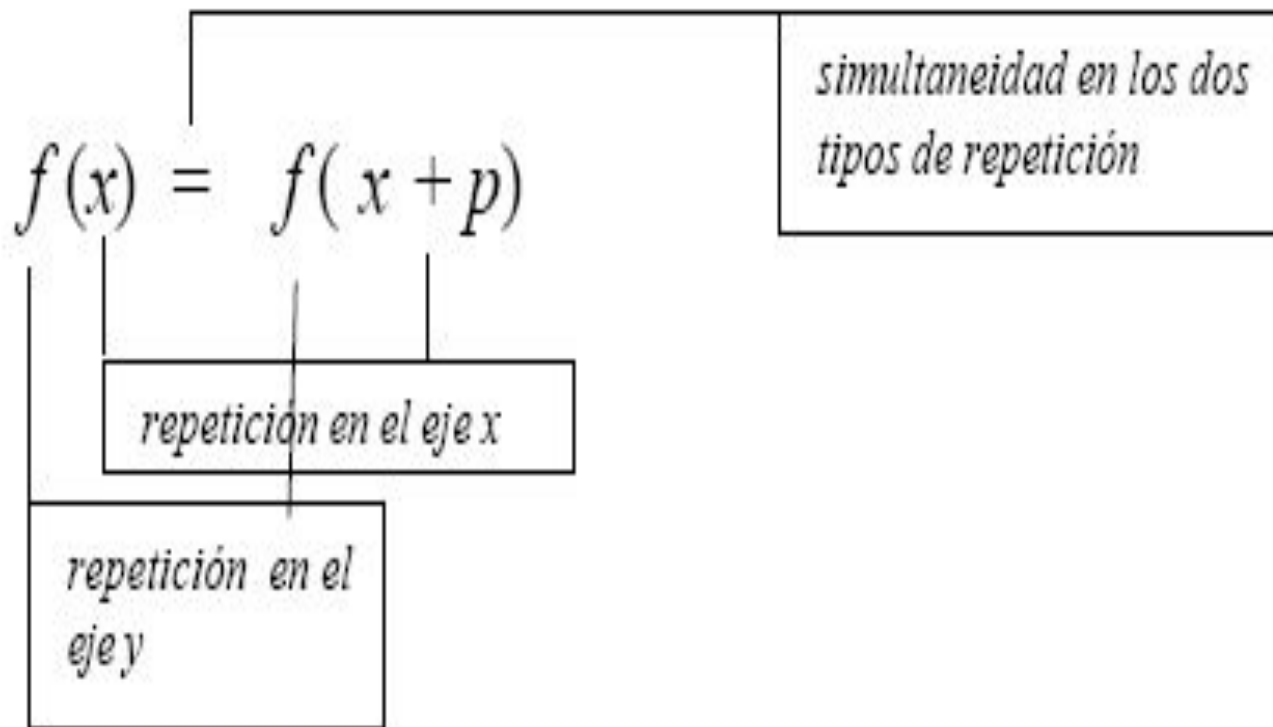
Presenta una epistemología de prácticas sobre
lo periódico que se fundamenta en la relación
predicción – periodicidad

Socioepistemología del Cálculo

	VARIACIÓN	
	Flujo	
	Movimiento	
	Acumulación	
	Estado Permanente	
	Comparación de dos Estados	
	$f(x+h) - f(x) = \alpha h$ $\alpha = f'(x)$	
	Cantidad de variación continua	
	Predicción	
	$E_0 + Variación = E_f$	

Problemática de Investigación

Se estudia lo referido a la poca coherencia entre la existencia y aplicabilidad de una definición matemática de periodicidad.



Respecto del diseño de situación

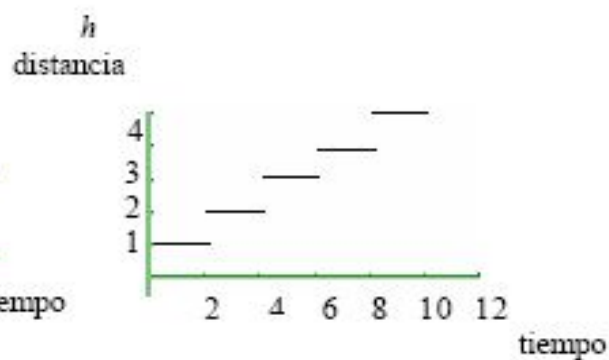
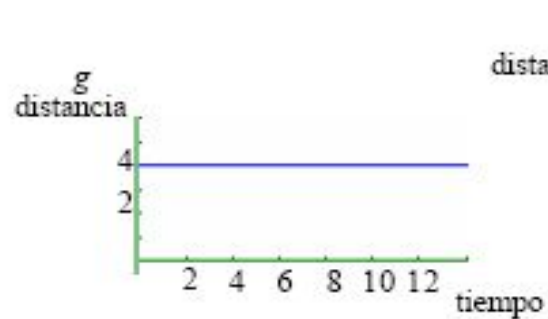
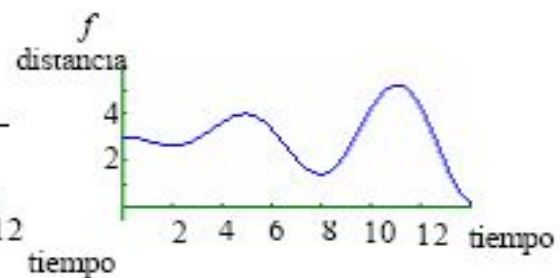
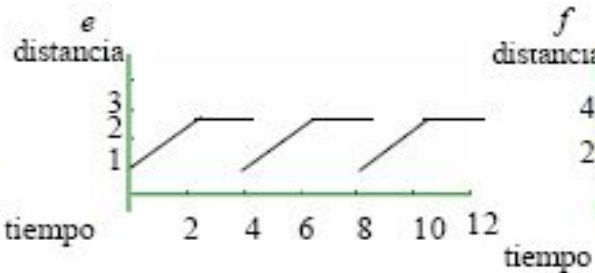
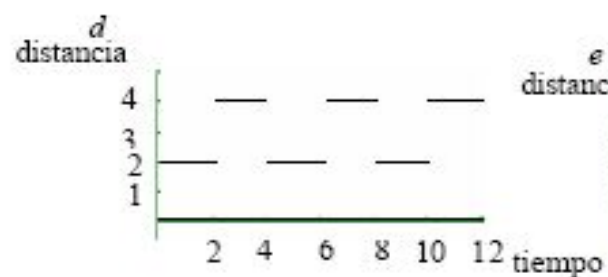
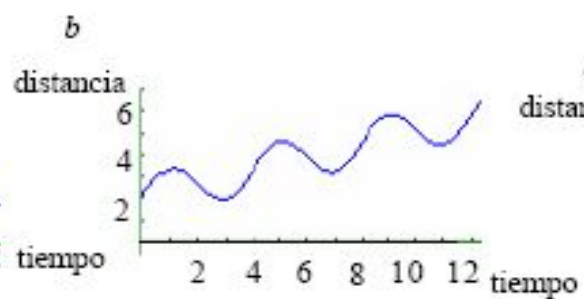
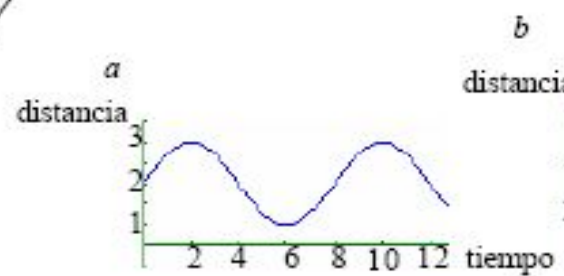
En una visión global del diseño, la situación aborda el análisis de comportamientos repetitivos en gráficas que describen movimientos.

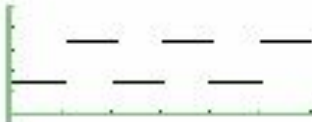
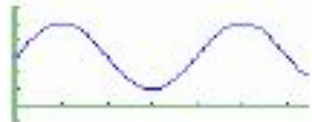
Estos comportamientos suelen estar ligados sólo a una propiedad periódica sin que esta sea percibida como una propiedad realmente significativa.

La situación considera a la predicción como una actividad intencional proponiendo una confrontación entre diferentes tipos de regularidad de la gráfica de un movimiento.

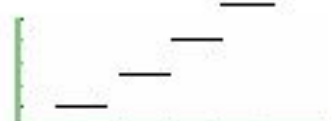
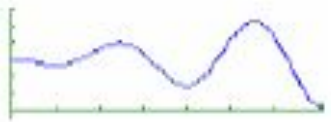
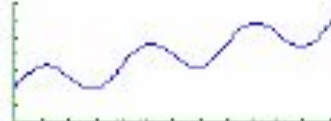
Se pretende dar evidencia con este diseño de situación de la hipótesis de investigación que presenta Buendía, en que la predicción es una práctica asociada al reconocimiento de lo periódico en el contexto de las funciones.

SECUENCIA 1	SECUENCIA 2	SECUENCIA 3
Actividad 1: Se presentan 8 gráficas de movimiento repetitivos y se pide describirlos (cómo se está moviendo el objeto en cada una de las gráficas)	Actividad 1: en cada una de las gráficas se pide predecir la posición del cuerpo en un tiempo fijo determinado ($t=231$) (como objetivo se quiere involucrar intencionalmente al alumno en prácticas de predicción y no depende del instante del tiempo en el cual se ha pedido la posición)	Actividad 1: se pregunta ¿cuáles de las gráficas anteriores son periódicas?
Actividad 2: ya descrito el movimiento en cada una de las gráficas, se pide agruparlas de acuerdo a cualquier criterio de semejanza o diferencia. (intencionalmente al alumno en prácticas de predicción y no depende del instante del tiempo en el cual se ha pedido la posición)	Actividad 2: al terminar de predecir, se pide nuevamente agrupar de acuerdo a semejanzas y diferencias	
Momento 1: las gráficas que presentan movimientos repetitivos son periódicas	Momento 2: Existen diferentes maneras en las que una gráfica puede repetirse	Momento 3: la periodicidad es una propiedad que califica cierto tipo de repetición





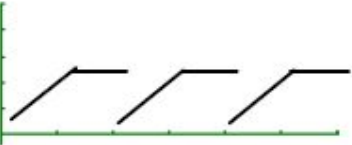
Comportamiento
repetitivo en
tiempo y distancia



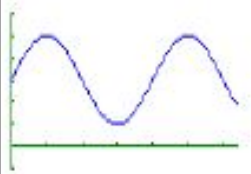
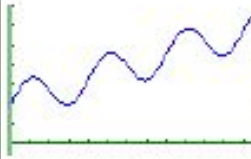
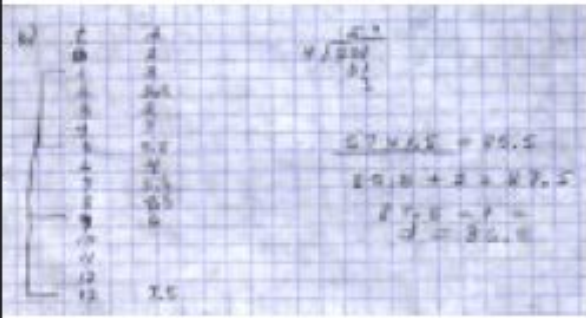
Comportamiento
repetitivo en
tiempo



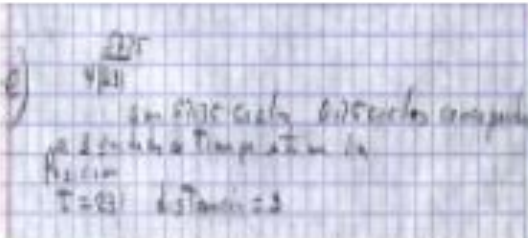
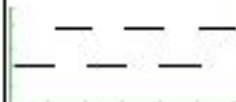
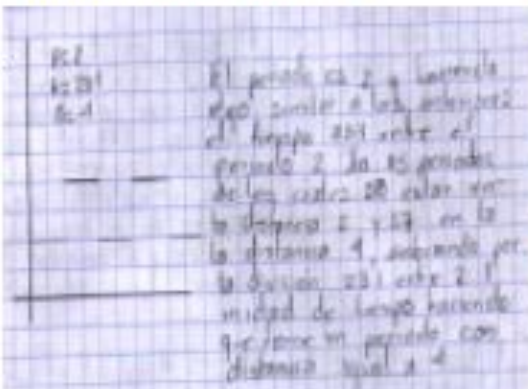
Comportamiento
repetitivo en
distancia

Gráfica	Caracterización general	Ejemplo particular
	• Es un objeto que avanza y luego se detiene por un periodo de tiempo. Inmediatamente regresa a su punto de partida y hace lo mismo • Varios (tres) objetos que hacen el movimiento anterior: primero uno y, en cuanto acaba, el siguiente	<i>Cristina y Mercedes, alumnas de Licenciatura (19-20 años)</i> –M: De aquí me voy a la puerta del baño y esta parte horizontal es lo que me tardo en el baño peinándome. –C: Podría ser todas las personas que van al baño y ahí se quedan. <i>Karina, profesora de matemáticas trabaja en un equipo con otras tres mujeres</i> Una persona camina alejándose del sensor y después se mantiene un tiempo parada. Luego, otra vuelve a hacer lo mismo. Es como una pasarela de modelos.

Algunas respuestas....

Gráfica	Ejemplo de una puesta en escena	Comentario
	<i>Profesor de matemáticas, alumno de la maestría en Matemática Educativa</i> $d(t) = 2 + \text{sen}(\pi t / 4)$ $d(231) = 2 + \text{sen}(\pi \cdot 231 / 4)$ Identificación del comportamiento en el eje x	<i>Hallar la expresión analítica que represente a la curva es una herramienta usual entre alumnos y profesores de matemáticas cuya formación ha sido fuertemente analítica.</i>
	<i>Equipo de tres profesores de matemáticas, alumnos de la maestría en Matemática Educativa</i> 	<i>En este ejemplo, se identifica la unidad de análisis en una tabla tiempo-distancia que se escribe hasta completar tres periodos. Después, se realizan operaciones aritméticas de división para conocer el número de periodos (usar su comportamiento) y, posteriormente, una multiplicación para tomar en cuenta el comportamiento de la distancia (multiplicar por 1.5)</i>

Algunas respuestas....

	Profesora de matemáticas, alumna de la maestría en Matemática Educativa Aquí, la distancia no va a variar. Vemos que de 0 a 2 se desplaza un cachito; de 2 a 4, uno; de 4 a 6, uno y un cachito; de 6 a 8, dos; de 8 a 10, dos y un cachito. Entonces, hay que ir juntando el tiempo hasta llegar a 230-232.	En esta gráfica es "difícil" predecir, pues no hay un mismo periodo en el eje tiempo. Sin embargo, la identificación de algún patrón es una herramienta que puede utilizarse.
	Equipo de dos profesores de matemáticas, alumnos de la maestría en Matemática Educativa 	Este es el procedimiento más común que se usa en todas las gráficas después de hallar una unidad de análisis: determinar cuántas veces se repite e interpretar el residuo o el resto para llegar al tiempo pedido. Es importante notar que no hay que hacer ninguna operación extra, ya que el comportamiento en el eje es el mismo por todos los periodos.
	Equipo de tres profesores de matemáticas, alumnos de la maestría en Matemática Educativa 	Nótese que aun cuando estos estudiantes de maestría mencionan que "el periodo es 2", el uso que realmente hacen de la unidad de análisis denota que tomaron como periodo 4. De ahí la importancia no sólo de la identificación de una unidad de análisis, sino de su uso. Esto es un resultado relevante de la investigación.

	Primera clasificación	Segunda clasificación	Observaciones
Estudiantes de maestría	Discontinuas: d, h Tienen periodo y repetitivas: a, e Se alejan: b, f, h Ondas senoidales: a, b, c, f	En cuanto al procedimiento de predicción: a) Se divide el tiempo total entre el periodo y se ajusta el residuo: a, d, e b) Se divide el tiempo total entre el periodo, se ajusta el residuo y se ajusta distancia: b, h c) Se ajusta el tiempo, pero no en la distancia: c d) Ajuste en el tiempo y en la distancias: f	El procedimiento de predicción hace que distingan entre el comportamiento que se presenta en el tiempo y el comportamiento que se presenta en la distancia. En ello fundamentan su segunda clasificación.

Figura 12. Comparación en las agrupaciones

el papel de la predicción y el uso de herramientas como el comportamiento de una gráfica. Se puso, pues, atención en elementos cognitivos, culturales e históricos relacionados con lo periódico.

Se presentó una problemática acerca del aspecto periódico de las funciones en ambientes escolares, relacionada con el poco significado de la definición formal de propiedad periódica y la asociación no discriminada de esta propiedad con cualquier tipo de repetición que presente una gráfica. Resaltamos el predominio de argumentos de corte analítico, ante la falta de un marco de referencia suficientemente rico que permitiera distinguir entre fenómenos y gráficas repetitivos de aquellos que son periódicos.

La introducción intencional de la socioepistemología de lo periódico en el sistema didáctico es propuesta a través de situaciones cuyo diseño se fundamente en los aspectos mencionados.

MUCHAS GRACIAS POR SU ATENCION