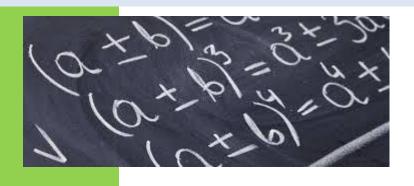




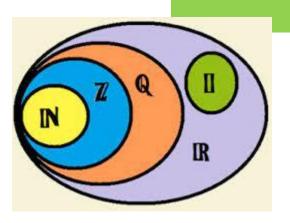
# DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA Y LOS NÚMEROS 2022

ISABEL MATURANA P.

TEORÍA ANTROPOLOGICA DE LO DIDÁCTICO. TAD

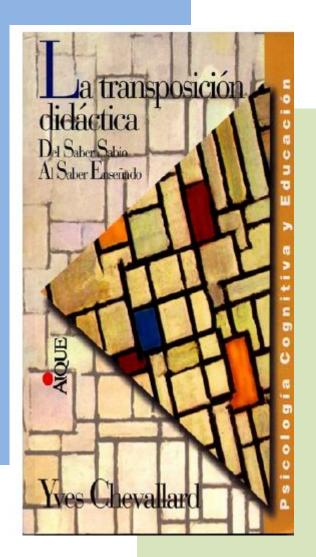


Y. Chevallard





APUNTES DE ISMENIA GUZMÁN 1996



La TAD sitúa la actividad matemática, y en consecuencia la actividad de estudiar matemáticas, en el conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales.

> El postulado de base de la TAD afirma que toda actividad humana que se realiza en forma regular puede describirse con un modelo único, el que se describe con la palabra praxeología.

La noción de la praxeología. Tipos de tareas.

En la raíz de la noción de praxeología, se encuentran las nociones de tarea t, y de tipo de tareas, T. Cuando una tarea t forma parte de un tipo de tareas T, se escribirá t ∈ T. En la mayoría de los casos, una tarea (y el tipo de tareas asociado) se expresa por un verbo.

Por ejemplo, limpiar la habitación, desarrollar la expresión literal dada, dividir un entero por otro, saludar a un vecino, leer un manual de empleo, subir una escalera, integrar la función

## Respecto a estos tipos de tareas:

- la noción de tarea empleada aquí es evidentemente más amplia que la del lenguaje corriente.
- la noción de tarea o de tipo de tareas, supone un objetivo relativamente preciso.

## Por ejemplo:

calcular el valor de una función en un punto es un tipo de tareas, pero calcular, es lo que se llamará un género de tareas.

...tareas, tipos de tareas, géneros de tareas no son datos de la naturaleza, son: "artefactos", "obras", construcciones institucionales, Un género de tareas existe solamente bajo la forma de diferentes tipos de tareas, cuyo contenido está especificado.

cuya reconstrucción en tal institución, por ejemplo en una clase, es un problema complejo, y es uno de los objetos de estudio de la didáctica.

#### Técnicas

Consideraremos por ahora, la estática de las praxeologías, ignorando provisionalmente, la cuestión de su dinámica, y en particular de su génesis.

Designemos por T un tipo de tareas dado.

Una praxeología relativa a T

requiere una manera de realizar las tareas  $t \in T$ .

A una determinada manera de hacer

se le da el nombre de técnica (del griego tekhnê: saber hacer)

y se anota por T

Se forma así un "bloque" designado por [T / T], que se denomina bloque práctico-técnico y que se identificará genéricamente como un saber-hacer, es decir, un determinado tipo de tareas, T y una manera determinada (T) de realizar las tareas de este tipo.

✓ Una técnica T (una "manera de hacer") tiene éxito sólo sobre una parte P (T) de las tareas del tipo T a la cual es relativa.

Por ejemplo, toda técnica de cálculo sobre N fracasa a partir de cierta extensión de los números.

se denomina alcance de la técnica: la técnica tiende a fracasar sobre  $T \setminus P(T)$  de manera que se puede decir que "no se sabe, en general, realizar las tareas del tipo T".

Una técnica T no es necesariamente de naturaleza algorítmica o casi algorítmica: salvo en casos poco frecuentes.

Axiomatizar algún ámbito de las matemáticas, pintar un paisaje, fundar una familia son tipos de tareas para las cuales no existe forzosamente una técnica algorítmica

... Es verdad que existe una tendencia bastante general a la algoritmización pero, este proceso de progreso técnico a veces es privilegiado por largo tiempo, en una determinada institución, a propósito de tal o cual tipo de tareas.

En una institución dada I, a propósito de un tipo de tareas T dado, existe en general una sola técnica, o al menos un pequeño número de técnicas institucionalmente reconocidas, excluyéndose técnicas alternativas posibles.

## **Tecnologías**

Se entiende por tecnología, y se designa por  $\theta$ , un discurso racional (el logo) sobre la técnica ( tekhnê) T, discurso cuyo primer objetivo es justificar "racionalmente" la técnica T, para asegurarse de que permite realizar las tareas del tipo T, es decir, realizar lo que se pretende.

El estilo de racionalidad puesto en juego varía en el espacio institucional y, en una institución dada, una nueva racionalidad podrá aparecer y ser como poco racional en otra institución.

✓ La primera función -justificar la técnica- consiste en asegurar que la técnica da el resultado esperado.

Se admitirá como un hecho de observación que, en una institución I, cualquiera que sea el tipo de tareas T, la técnica T relativa a T está siempre acompañada de un vestigio de tecnologíaθ. En numerosos casos, incluso, algunos elementos tecnológicos están integrados en la técnica.

Por otra parte, el hecho de que exista en I una técnica canónica, en principio la única reconocida y la única empleada, confiere a esta técnica una virtud "autotecnológica": actuar de esta manera no exige justificación, porque es la buena manera de actuar (en I).

Una segunda función de la tecnología es la de explicar, de aclarar la técnica.

#### NOTA:

Se observará que estas dos funciones son desigualmente asumidas por una tecnología dada. Desde este punto de vista, en matemáticas, la función de justificación predomina, por medio de la exigencia demostrativa, sobre la función de explicación

Una tercera función corresponde a un empleo más actual del término de tecnología: la función de producción de técnicas.

En la aritmética elemental, en la que el mismo pequeño discurso tiene una doble función, técnica y tecnológica, que permite a la vez encontrar el resultado pedido (función técnica) y justificar que es correcto el resultado esperado (función tecnológica).

"Si 8 caramelos cuestan 100 pesos, 24 caramelos, o sea 3 veces 8 caramelos, costarán 3 veces más, es decir, 3 veces 100 pesos"

la tecnología de los números fraccionarios (cocientes de enteros) permite generar una técnica que clarifica los precios de los caramelos y que concreta el esquema discursivo siguiente:

"Si a cosas valen b pesos, entonces x cosas, es decir x/a veces a cosas, valdrán x/a veces más, es decir, x/a veces b pesos."

Así se dirá: "11 caramelos cuestan 11/8 veces más (que 8 caramelos), es decir, 11/8 veces 10 pesos (= 13,75 pesos)".

y, por una extensión atrevida del sentido de la expresión: "3 caramelos cuestan 3/8 veces más (que 8 caramelos), es decir 3/8 veces 10 pesos (=3,75pesos). (Se indicará que es: 3/8×10 pesos = 11/8×10pesos - 8/8×10pesos = 13,75 pesos - 10 pesos = 3,75pesos). Más correctamente, se dirá simplemente que "x cosas, es x/a veces a cosas", etc.

#### Teorías

El discurso tecnológico contiene afirmaciones, más o menos explícitas, de las que se puede pedir razón. Se pasa entonces a un nivel superior de justificación-explicación-producción, el de la teoría, $\Theta$  que retoma, en relación a la tecnología, el papel que ésta última tiene respecto a la técnica.

La descripción en tres niveles (técnica/tecnología/teoría) es suficiente en general para darse cuenta de la actividad que se quiere analizar

## Saber-hacer y saberes

Alrededor de un tipo de tareas, T, se encuentra en principio, un triple formado por una técnica T, por una tecnología  $\theta$  (de T), y por una teoría  $\Theta$  (de $\theta$ ).

El triple [T, T,  $\theta/\Theta$ ] constituye una praxeología puntual, donde este último calificativo significa que se trata de una praxeología relativa a un único tipo de tareas, T.

Tal praxeología -u organización fraseológica- está constituida por un bloque práctico-técnico, [T/T], y por un bloque tecnológico-teórico,  $[\theta/\Theta]$ .

El bloque  $[\theta/\Theta]$  se identifica habitualmente como un saber y el bloque [T/T] constituye un saber-hacer

Se designa corrientemente como "saber" la praxeología  $[T, T, \theta/\Theta]$  completa .

#### Las cuestiones a estudiar

### Lo rutinario y lo problemático

Hasta mediados del siglo XIX, la aritmética escolar contenía, bajo el nombre de Teoría de razones y proporciones, una praxeología matemática local que permitía tratar eficazmente los problemas de proporcionalidad directa o inversa

La reforma de "las matemáticas modernas" alrededor de 1970, expulsó, por obsoletos, numerosos elementos teóricos y tecnológicos de las matemáticas "clásicas", como la teoría de las razones y proporciones, pero sin eliminar al mismo tiempo las técnicas elementales que, de hecho, no fueron inmediatamente reemplazadas, o no lo fueron más que por unas praxeologías más complejas, poco viables en cursos del segundo ciclo de la enseñanza Básica

Desde que se dispone de la noción de función, y más particularmente de la noción de función lineal, así como de las notaciones funcionales usuales, se puede retomar los problemas aritméticos.

En un universo de tareas rutinarias, surgen tareas problemáticas que no se sabe -aúnrealizar. Nuevos tipos de tareas, que son entonces los tipos de problemas, que se plantean, y nuevas praxeologías vendrán a constituirse a su alrededor

A partir del curso 1998/99, los profesores de matemáticas de las clases han debido considerar, en el marco de la enseñanza de especialidad, un tipo de problemas inédito hasta entonces en este tipo de estudios:

hasta entonces en este tipo de estudios: dados a, b ∈ N\* primos entre sí, hallar los enteros x, y tales que ax+by = c (" ecuación de Bézout"). Cuando los enteros a y b son "pequeños" y que se trabaja a mano, es práctico proceder como en el siguiente ejemplo (con a = 151, b = 137, c = 1). Se empieza por escribir la fracción a/b como una fracción continua que se acaba cuando el numerador de la última fracción obtenida es 1:

Después de hacer los cálculos se obtiene: 49 · 151–54 · 137 = 1. Claro está que aún queda por justificar esta técnica, y quizá, más todavía, explicarla

Con frecuencia en una institución I, aparecen nuevas praxeologías que, al menos una parte de los actores de I, considera como necesarias para un mejorar el funcionamiento de I.

Estas praxeologías deberán, en consecuencia, ser producidas, o más frecuentemente reproducidas, en la medida en que ya existan en cualquier otra institución I' - a partir de la cual se podrá proponer "importarlas" a I.

Las condiciones impuestas por la <u>ecología</u> de I hacen que la praxeología deseada no pueda ser reproducida allí de manera idéntica, sino que sufrirá, en esta "transferencia", determinadas modificaciones adaptativas: se hablará, pues, no de transferencia, sino de transposición de l' a I.

Los procesos de transposición institucional no producen necesariamente versiones degradadas -inferiores por ejemplo en cuanto a la calidad de su bloque tecnológico-teórico- de las organizaciones praxeológicas transportadas.

Más bien al contrario, en materia de transposición didáctica, por ejemplo, es decir, cuando I es una institución didáctica (una escuela, una clase...), sucede con frecuencia, sobre todo cuando I' no es una institución sabia, que el trabajo transpositivo sea la ocasión de mejorar la praxeología así vuelta a trabajar -simplificándola, precisando algunos de sus elementos, etc.

En todo caso, la transposición enriquece el mundo de las praxeologías socialmente disponibles -en la medida en la que crea una praxeología adaptada a ciertas condiciones institucionales inéditas.

¿Cómo realizar las tareas del tipo T? ¿Cómo realizar mejor las tareas de este tipo?

Estas interrogaciones exigen una producción de técnicas y, por tanto, de praxeologías.

En general, dado un tipo de tareas, T, se llega a (re)estudiar una técnica apropiada que permita realizar las tareas t  $\subseteq$ T -se anota  $T_{T_j}$  y, más completamente la praxeología correspondiente.

La cuestión  $T_T$  - ¿cómo realizar las tareas del tipo T?- aparece entonces como generatriz de la praxeología puntual  $O_T$  =  $[T, T, \theta/\Theta]$  que se trata de (re)construir.

#### El Rol principal de la TAD Analizar las prácticas docentes

```
Dado un objeto O relativo a las prácticas docentes:

\square En primer lugar de observar el objeto (T_1),

\square de describir y analizar el objeto (T_2),

\square de evaluar el objeto (T_3),

\square desarrollar el objeto (T_4).
```

Por supuesto, estos tipos de tareas, que se definen por referencia a ciertos géneros de tareas más o menos bien definidos en la cultura común, quedan aún por construir, solidariamente con los otros componentes -técnicos, tecnológicos, teóricos- de las praxeologías consideradas.

#### Referencias

Yves Chevallard: conferencias impartidas en la Universidad. La Rochelle (Francia) en julio de 1998.

-Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, nº 2, pp. 221-266, 1.999.

Muchas gracias por su atención.