

DIDÁCTICA DEL AZAR Y LO DETERMINÍSTICO 2022

ISABEL MATURANA P.

Didáctica de la Estadística

Intuición en Matemáticas: Una mirada
Psicoeducativa

Daniela Díaz R
Jorge Soto A

FISCHBEIN



... la intuición situada en el territorio de la matemática

En el aula se observa cómo diversas verdades matemáticas entran en contradicción con intuiciones que los estudiantes traen, instaurándose con frecuencia una dificultad para aceptar dichas verdades (Fischbein, 1979).

Por ejemplo,
se han reconocido complicaciones para aceptar que el conjunto de números naturales es equivalente al conjunto de números pares positivos o que el conjunto de puntos de un segmento es equivalente al conjunto de puntos de un cuadrado (Fischbein, 1979),

...incluso se ha observado cómo conceptos erróneos presentan una resistencia significativa al cambio, especialmente en el campo de las probabilidades, manteniéndose a pesar de la reiterada instrucción avanzada o especializada (Fischbein & Schnarch, 1997).

Fischbein (1979), explicitó dos razones por las que consideraba que la educación matemática no podía descuidar las reacciones intuitivas de los estudiantes:

En primer lugar, las *intuiciones erróneas* contribuyen en dificultar la adquisición de interpretaciones correctas en un campo determinado.

Incluso en aquellos casos en que el estudiante ha tenido éxito en el aprendizaje de versiones científicamente correctas, no se asegura que una interpretación primitiva falsa haya sido eliminada. Según Fischebein (1979).

Una segunda razón, las *interpretaciones intuitivas correctas* son capaces de estimular el pensamiento matemático productivo

*“Pure, formal symbolic representations of mathematical truths are, by themselves, not efficient at mental tools, especially when the solution to non-standard problems is requested”
(Fischbein, 1979, p.33).*

*“It is impossible to explain the ways of thinking in the history of sciences and in the ontogenesis of intelligence without taking into account the lines of force created by these cognitive beliefs
(Fischbein, 1982, p.12).*

...el rescate mismo de la intuición dentro del aula
se vislumbra una tercera razón
que apoya este acto, entrelazado de las dos
anteriores y de mano de la construcción colectiva
de autonomía.

...la Intuición en Matemáticas...

...las competencias humanas matemáticas surgirían de dos sistemas de representación.

Por una parte, competencias asociadas a ciertos dominios de las matemáticas, como el cálculo.

Por otra, las intuiciones numéricas más básicas estarían apoyadas por un “Sistema Numérico Aproximado (ANS)”, el cual sería evolutivamente antiguo y compartido por adultos, niños y animales no-humanos.

El ANS sería entonces uno de los sistemas representacionales desde donde emergerían ciertas competencias matemáticas básicas (Halberda, Mazzocco & Feigenson, 2008).

Entendiendo el conocimiento como aquella imagen, esa replicación interna y subjetiva de la “realidad objetiva”, que básicamente contribuye a preparar y orientar al ser humano para la acción, se puede notar que al discriminar, distinguir y sintetizar señales mediante la evaluación de distancias o intervalos, por ejemplo, el ser humano se prepara y puede provocar reacciones adaptadas y eficaces.

Así, las percepciones en general, debido a su origen y estructura, están directamente implicadas en dicho proceso, ya que por sí mismas pueden preparar y dirigir la acción (Fischbein, 1979).

La intuición es principalmente una forma de interpretación, una solución a un determinado problema, se podría decir que es una forma derivada del conocimiento como el conocimiento simbólico.

...la percepción parece ser más bien la realidad misma más allá de pura apariencia. Con la intuición se tiene la vivencia de estar en el objeto y no ser un simple intérprete del mismo (Fischbein, 1979).

..la idea de “pensamiento intuitivo” descrito por Piaget (1981) como una de las fases del desarrollo y elaboración del pensamiento, entendido como previo al desarrollo de esquemas operacionales y donde la intuición no es sólo un momento particular del proceso de pensamiento, sino que el proceso de pensamiento mismo.

Fischbein, plantea que la inteligencia no abandona las formas intuitivas cuando aparecen los esquemas operacionales de pensamiento.

El conocimiento intuitivo, no sería una forma inmadura o transitoria de pensar, sino que al contrario, cuando el pensamiento operacional aparece, la intuición continuaría sobreviviendo como una forma complementaria de pensar .

Por ejemplo, el número de permutaciones para n elementos (la fórmula es $P(n) = n!$) con un elemento, evidentemente, hay una sola posibilidad.

Luego, con dos elementos, hay dos permutaciones posibles.

Esto es intuitivamente evidente.

Ahora bien, si se añade un tercer elemento, cada una de las dos permutaciones obtenidas anteriormente, AB y BA, proveerán tres permutaciones ya que el tercer elemento, C, puede ocupar tres lugares diferentes: CAB, ACB, ABC, ACB, BCA, BAC

De este modo, se puede decir que aquella representación de cómo se puede construir permutaciones cuando se añaden más y más elementos es una representación intuitiva.

Así, cuando se agrega un cuarto elemento, cada una de las permutaciones obtenidas anteriormente proporcionará cuatro permutaciones, porque hay cuatro lugares diferentes donde se puede ubicar ese cuarto elemento.

Así la comprensión intuitiva es suficiente para alcanzar, por extrapolación, la fórmula general: $P(n) = 1 * 2 * 3 \dots n = n!$

CARACTERÍSTICAS Y CLASIFICACIÓN DE LAS INTUICIONES SEGÚN FISCHBEIN

Uno de los aportes de Fischbein en su teoría es que sistematizó en varias de sus publicaciones las características de la intuición.

1. Autoevidente
2. Certeza Intrínseca
3. Perseverancia
4. Carácter Coercitivo
5. Estatus de Teoría
6. Carácter Extrapolable
7. Globalidad
8. Carácter Implícito

1. Autoevidente: El autor la describió como la característica fundamental de las intuiciones (Fischebin, 1987).

Con este término se está señalando que las intuiciones no necesitan de argumentos para convencer de su certeza, es decir, se aceptan como ciertas por sí mismas.

Por ejemplo, si se lanza una moneda al aire, no se necesita argumentar para convencer a una persona que la moneda caerá (Molina, 2007).

Una afirmación aceptada intuitivamente no es siempre verdadera (o aparentemente verdadera), pero sí parece ser explicativa por sí misma.

Es así como, la expresión “Cada número tiene un sucesor”, por ejemplo, podría ser intuitiva ya que el concepto de número refiere la idea de iteración ilimitada.

Asimismo, la idea “El todo es mayor que la parte” también lo sería, ya que el concepto de entero implicaría la noción de una suma de partes (López, 2006).

2. Certeza Intrínseca: Una segunda característica fundamental del razonamiento intuitivo es el de ser aceptado como cierto.

Ahora bien, las características de ser evidente por sí misma y la certeza están correlacionadas estrechamente, pero no aluden a una misma propiedad ni son reducibles una a la otra.

Es decir, aquellas certezas no necesariamente serán autoevidentes

Por ejemplo, el teorema de Pitágoras no es evidente en sí mismo, pero luego de su demostración e instrucción escolarizada e institucionalizada un sujeto puede convencerse de su certeza. (Molina, 2007).

Así, una persona puede estar completamente convencida que una afirmación es verdad sin tener el sentimiento de que es autoevidente.

Así, la certeza no implica la evidencia por sí misma y la evidencia por sí misma no denota certeza (López, 2006).

De este modo, si bien la certeza no es un criterio absoluto de verdad objetiva, la sensación de seguridad permanece como un criterio para el conocimiento intuitivo, es decir, un criterio para un conocimiento que se impone subjetivamente para el individuo como absoluto (López, 2006).

3. Perseverancia:

Una vez establecida, fijada la intuición, ésta se arraiga firmemente.

Es decir, las intuiciones son nociones que pueden influir en los pensamientos a lo largo de la vida, incluso después de haber adquirido un grado avanzado de educación formal, ellas se mantienen (Molina, 2007).

Un ejemplo de dicho fenómeno es el modelo tácito denominado por Fischbein (1989) “input-output” (Molina, 2004):

Cuando a un niño o niña de primaria se le presenta la siguiente expresión: $3 = 3$, podría interpretar que $6 - 3 = 3$ o que $7 - 4 = 3$. De igual manera, si se le presenta una situación como $4 + 5 = 3 + 6$, podría dar la siguiente respuesta “después del igual va una respuesta, no otro problema” (Kieran, 1981, p. 319 citado en Molina, 2004, p.27).

Lo que ocurre, es que perciben que de un lado de la igualdad hay un proceso y del otro su resultado.

4. Carácter Coercitivo: Como consecuencia de su evidencia intrínseca, las intuiciones pueden ejercer un efecto coercitivo sobre aquellos procesos donde el sujeto conjetura, explica y/o interpreta diversos hechos (Fischbein, 1979).

Estas nociones se imponen subjetivamente sobre ellos como representaciones o interpretaciones absolutas y únicas (López, 2006).

Se acepta como evidente, por ejemplo, que por un punto no perteneciente a una recta pasa una y solamente una paralela a la misma, pero no se puede aceptar otras alternativas como, por ejemplo, que no pasa ninguna paralela o que pasan infinitas paralelas, como se afirma en las geometrías no euclidianas (López 2006).

Asimismo, se oponen al conocimiento formal, provocando como consecuencia que determinados conceptos matemáticos sean considerados como inaceptables.

Ahora bien, es preciso distinguir entre el carácter coercitivo que un conocimiento intuitivo pueda contener y la convicción inspirada por una prueba. Es decir, es bastante evidente que no es difícil renunciar a una convicción si se encuentra una prueba incorrecta, no obstante una convicción intuitiva, una interpretación intuitiva no puede ser erradicada con facilidad (López, 2006).

5. Estatus de Teoría:

Este rasgo de las intuiciones tiene por efecto que al aceptar intuitivamente una frase, se acepta su generalidad y universalidad, pero se hace a través de una pieza de información muy particular, como una analogía o diagrama.

Por ejemplo, se puede pensar en un niño o niña de no tan corta edad que arroja o deja caer un objeto al aire, lo ve caer y podría percibir en el fenómeno cierta noción, la cual lo llevaría a conjeturar de que cualquier objeto que arroje al aire caerá (Molina, 2004).

La propiedad teórica de las intuiciones implica, entonces, varios aspectos. Una intuición nunca se limita tan sólo a afirmar la universalidad de una propiedad ni a la percepción de un determinado hecho. Es decir, en una intuición generalmente se capta, se comprende la universalidad de un principio, de una relación, de una ley (de un “invariante”), a través de una realidad particular (Fischbein, 1987).

6. Carácter Extrapolable:

El rasgo extrapolable de una intuición no es siempre evidente, ya que la aparente obviedad implicada en la intuición termina ocultando el carácter incompleto de la información sobre la cual estaría basada. De este modo, una información intuitivamente evidente podrá no requerir de información adicional o de una prueba lógica que la sustente, ya que esa aparente obviedad de la información implicada en la intuición tendría

8. Carácter Implícito:

Este rasgo de las nociones intuitivas hace referencia a que las personas que portan aquellas nociones no están conscientes de ellas. Un ejemplo acuñado por Molina (2004) es cuando a estudiantes universitarios les es difícil aceptar que se puede establecer una relación uno a uno entre los puntos de un plano y de una línea recta. Ellos podrían estar ignorando, por ejemplo, que la razón de que rechacen la posibilidad radica en sus nociones sobre conjuntos finitos, las cuales estarían influyendo en su razonamiento.

“La intuición no sólo oculta sus estrategias tácitas sino que se opone automáticamente a cualquier análisis porque podría destruir su certeza intrínseca, su carácter compacto, su robustez” (López, 2006, p.33). Como resultado de tal análisis el sujeto se vería enfrentado al riesgo de confundirse, poniendo en peligro su actividad de razonamiento.

Breve clasificación de las intuiciones basada en los planteamientos de Fischbein

A.- Primera Clasificación

a) Intuiciones Anticipatorias (Anticipatory Intuitions):

Las Intuiciones Anticipatorias serían aquellas relacionadas con esa vivencia de “iluminación” que experimenta el sujeto cuando intuye haber hallado la respuesta a un problema. Es decir, aparecen durante un esfuerzo resolutor, acompañadas de un carácter global, produciendo conjeturas que están fuertemente asociadas a un sentimiento de certeza.

b) Intuiciones Afirmatorias (Affirmatory Intuitions):

Las Intuiciones Afirmatorias harían referencia a una afirmación, representación, explicación o interpretación directamente aceptada como algo natural, evidente por sí misma, intrínsecamente significativa, como un simple hecho dado (Fischbein, 1982).

B) Segunda Clasificación, basada en el origen de las Intuiciones Afirmatorias

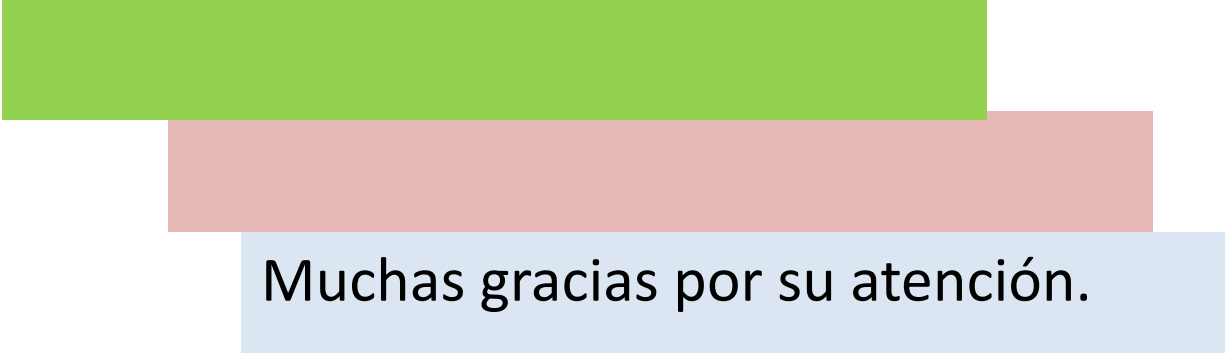
a) Intuiciones Primarias (Primary Intuitions):

Son aquellas creencias interpretativas o explicativas que se desarrollan naturalmente como efecto de la experiencia personal de los seres humanos, es decir, antes o independientemente de una instrucción sistemática. Asimismo, estas intuiciones están profundamente influenciadas por el entorno o contexto social-cultural del sujeto. Un ejemplo de este tipo de intuición es el peso, que se constituye como una representación primaria intuitiva, como una cualidad intrínseca de los objetos. (Fischbein, 1979).

Otro ejemplo común es cuando se plantea la situación de dejar caer simultánea y libremente desde la misma altura dos objetos de apariencia externa idéntica, pero de pesos diferentes, existe aún la creencia, a pesar de los trabajos de Galileo, de que el objeto más pesado llegará primero al piso. Esta noción se constituye como una creencia intuitiva, a pesar de ser incorrecta

b) Intuiciones Secundarias (Secondary Intuitions):

Son aquellas que se van desarrollando a partir de una instrucción y entrenamiento intelectual sistemático y prolongado, generalmente asociado al contexto escolar. Así, por ejemplo, la ejercitación sistemática de las fórmulas para la simplificación, factorización, etcétera, de expresiones para algunos docentes tiene por objetivo crear estas intuiciones en los estudiantes de secundaria y bachillerato para sus cursos posteriores de matemática, como los de Geometría Analítica o Cálculo



Muchas gracias por su atención.