

DIDÁCTICA DEL AZAR Y LO DETERMINÍSTICO 2022

ISABEL MATURANA P.

Didáctica
de la
Estadística



CARMEN BATANERO



INVESTIGACIONES SOBRE RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO Y DIFICULTADES DE APRENDIZAJE

Significado y comprensión

- Elementos de significado
- Dimensiones institucional y personal del conocimiento
- Significado y comprensión

Algunos ELEMENTOS DEL ENFOQUE ONTOSEMIOTICO



MOTIVACIÓN DEL ENFOQUE ONTOSEMIOTICO

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) es un marco teórico que ha surgido en el seno de la Didáctica de las Matemáticas, con el propósito de articular diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje.

Con dicho fin se adopta una perspectiva global, teniendo en cuenta las diversas dimensiones implicadas y las interacciones entre las mismas.

SUPUESTOS DEL ENFOQUE ONTOSEMIOTICO

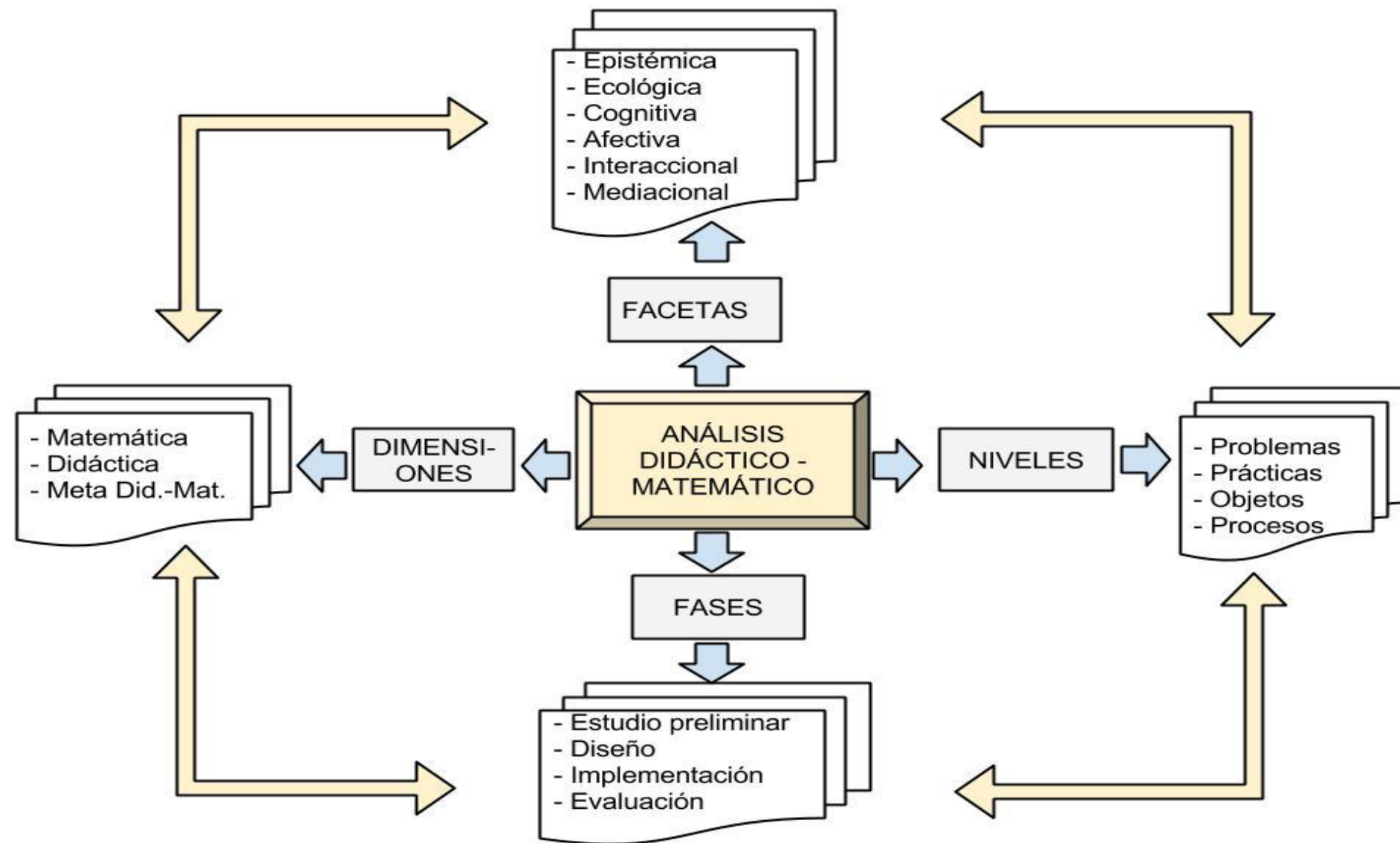
Se propone un modelo epistemológico sobre las matemáticas basado en presupuestos antropológicos/ socioculturales (Bloor, 1983; Chevallard, 1992; Radford, 2006);

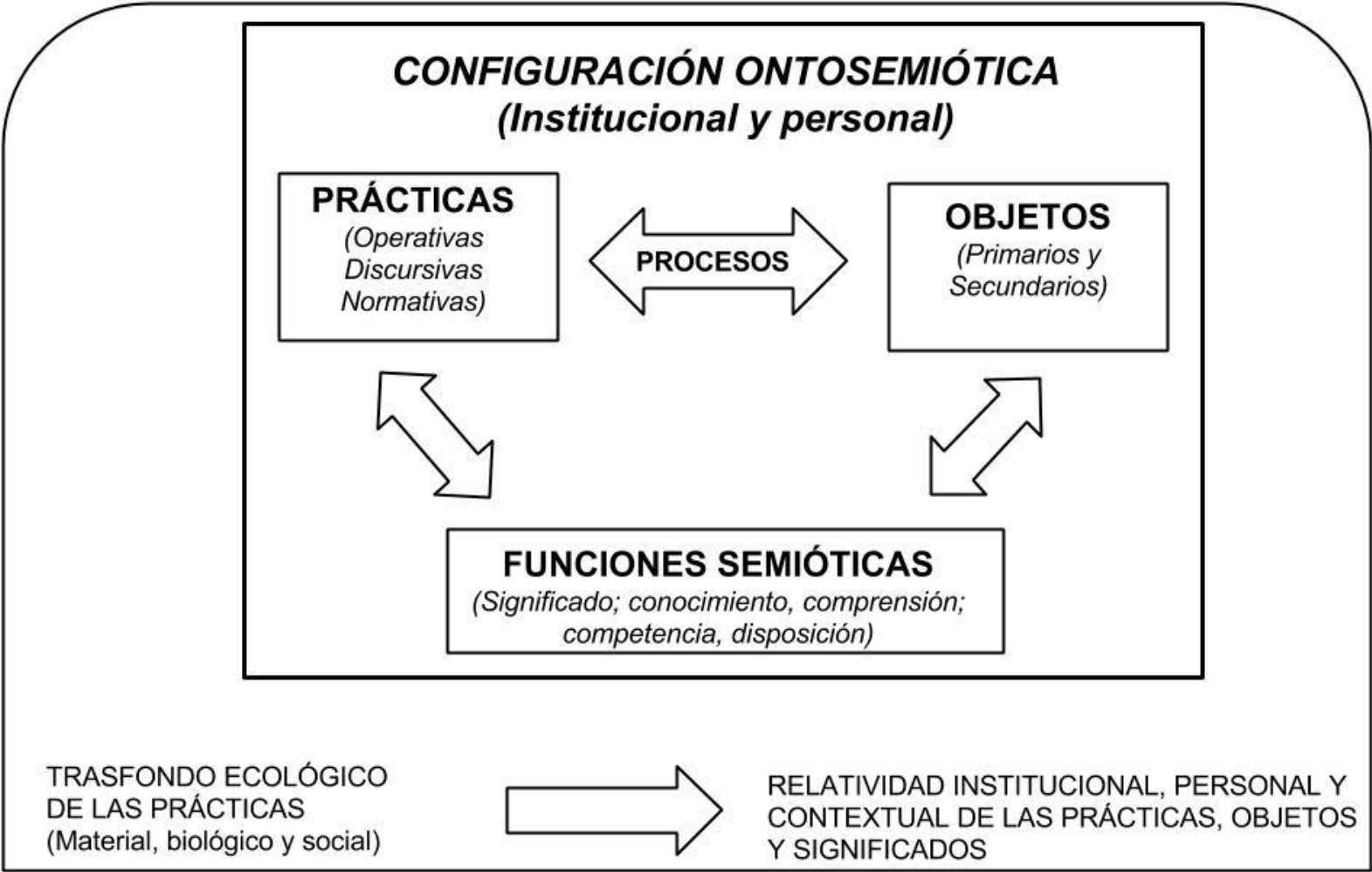
Un modelo de cognición matemática - sobre bases semióticas (Eco, 1976; Hjelmslev, 1943; Peirce, 1931-58);

Un modelo instruccional - sobre bases socio-constructivistas (Ernest, 1998; Brousseau, 1998);

Un modelo sistémico – ecológico (Morin, 1977) que relaciona las anteriores dimensiones entre sí y con el trasfondo biológico, material y sociocultural (Maturana y Varela, 1984) en que tiene lugar la actividad de estudio y comunicación matemática.

Focos de atención del análisis didáctico - matemático





DIMENSIÓN MATEMÁTICA

DIMENSIÓN META-DIDÁCTICO - MATEMÁTICO

DIMENSIÓN DIDÁCTICA

DIMENSIÓN MATEMÁTICA

Sistemas de prácticas operativas y discursivas ligadas a campos o tipos de problemas

Consideramos *práctica matemática* a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas.
(Godino y Batanero, 1994, p. 334).

Una ***institución*** está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas; el compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales que suelen tener rasgos particulares, y son generalmente condicionadas por los instrumentos disponibles en la misma, sus reglas y modos de funcionamiento.

Las instituciones se conciben como “***comunidades de prácticas***”, e incluyen, por tanto, las culturas, grupos étnicos y contextos socioculturales.

Se asume, por tanto, el postulado antropológico de la ***relatividad socioepistémica*** de los sistemas de prácticas, de los objetos emergentes y los significados.

“el sistema de prácticas que realiza una persona (significado personal), o compartidas en el seno de una institución (significado institucional) para resolver un tipo de situaciones-problemas en los cuales se requiere encontrar un representante de un conjunto de datos”.

¿Qué es el objeto matemático media aritmética?, ¿qué significa o representa la expresión “media aritmética”?,



Objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas

En las prácticas matemáticas intervienen objetos ostensivos (símbolos, gráficos, etc.) y no ostensivos (conceptos, proposiciones, etc., que evocamos al hacer matemáticas) y que son representados en forma textual, oral, gráfica o incluso gestual.

Si los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución los objetos emergentes se consideran “objetos institucionales”, mientras que si tales sistemas corresponden a una persona los consideramos como “objetos personales”.

Las situaciones-problemas son el origen o razón de ser de la actividad; el lenguaje representa las restantes entidades y sirve de instrumento para la acción; los argumentos justifican los procedimientos y proposiciones que relacionan los conceptos entre sí.

De los sistemas de prácticas matemáticas operativas y discursivas emergen nuevos objetos que provienen de las mismas y dan cuenta de su organización y estructura.

Los seis tipos de entidades primarias postuladas amplían la tradicional distinción entre entidades conceptuales y procedimentales, al considerarlas insuficientes para describir los objetos intervinientes y emergentes de la actividad matemática.

Atributos contextuales

Personal – institucional:

- Si los sistemas de prácticas son compartidas en el seno de una institución, los objetos emergentes se consideran “objetos institucionales”, mientras que si estos sistemas son específicos de una persona se consideran como “objetos personales” (Godino y Batanero, 1994, p. 338).
- La “cognición personal” es el resultado del pensamiento y la acción del sujeto individual ante una cierta clase de problemas, mientras la “cognición institucional” es el resultado del diálogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo de individuos que forman una comunidad de prácticas.

Juan

Ostensivo – no ostensivo:

- Se entiende por ostensivo cualquier objeto que es público y que, por tanto, se puede mostrar a otro. Los objetos institucionales y personales tienen una naturaleza no-ostensiva (no perceptibles por sí mismos).
- Ahora bien, cualquiera de estos objetos se usa en las prácticas públicas por medio de sus ostensivos

Esta clasificación entre ostensivo y no ostensivo es relativa al juego de lenguaje en que participan. El motivo es que un objeto ostensivo puede ser también pensado, imaginado por un sujeto o estar implícito en el discurso matemático (por ejemplo, el signo de multiplicar en la notación algebraica).

Extensivo – intensivo (ejemplar - tipo):

- Un objeto que interviene en un juego de lenguaje como un caso particular (un ejemplo específico, p.e., la función $y = 2x + 1$) y una clase más general (p.e., la familia de funciones $y = mx + n$).

La dualidad extensivo-intensivo se utiliza para explicar una de las características básicas de la actividad matemática: el uso de elementos genéricos (Contreras y cols, 2005).

Expresión – contenido: antecedente y consecuente de cualquier función semiótica.

- La actividad matemática y los procesos de construcción y uso de los objetos matemáticos se caracterizan por ser esencialmente relacionales.

Esta dualidad permite centrar la atención en la dialéctica entre lo particular y lo general, que sin duda es una cuestión clave en la construcción y aplicación del conocimiento matemático.

- Los distintos objetos no se deben concebir como entidades aisladas, sino puestas en relación unos con otros.

- La relación se establece por medio de funciones semióticas, entendidas como una relación entre un *antecedente* (expresión, significante) y un *consecuente* (contenido, significado) establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto *criterio o código de correspondencia*

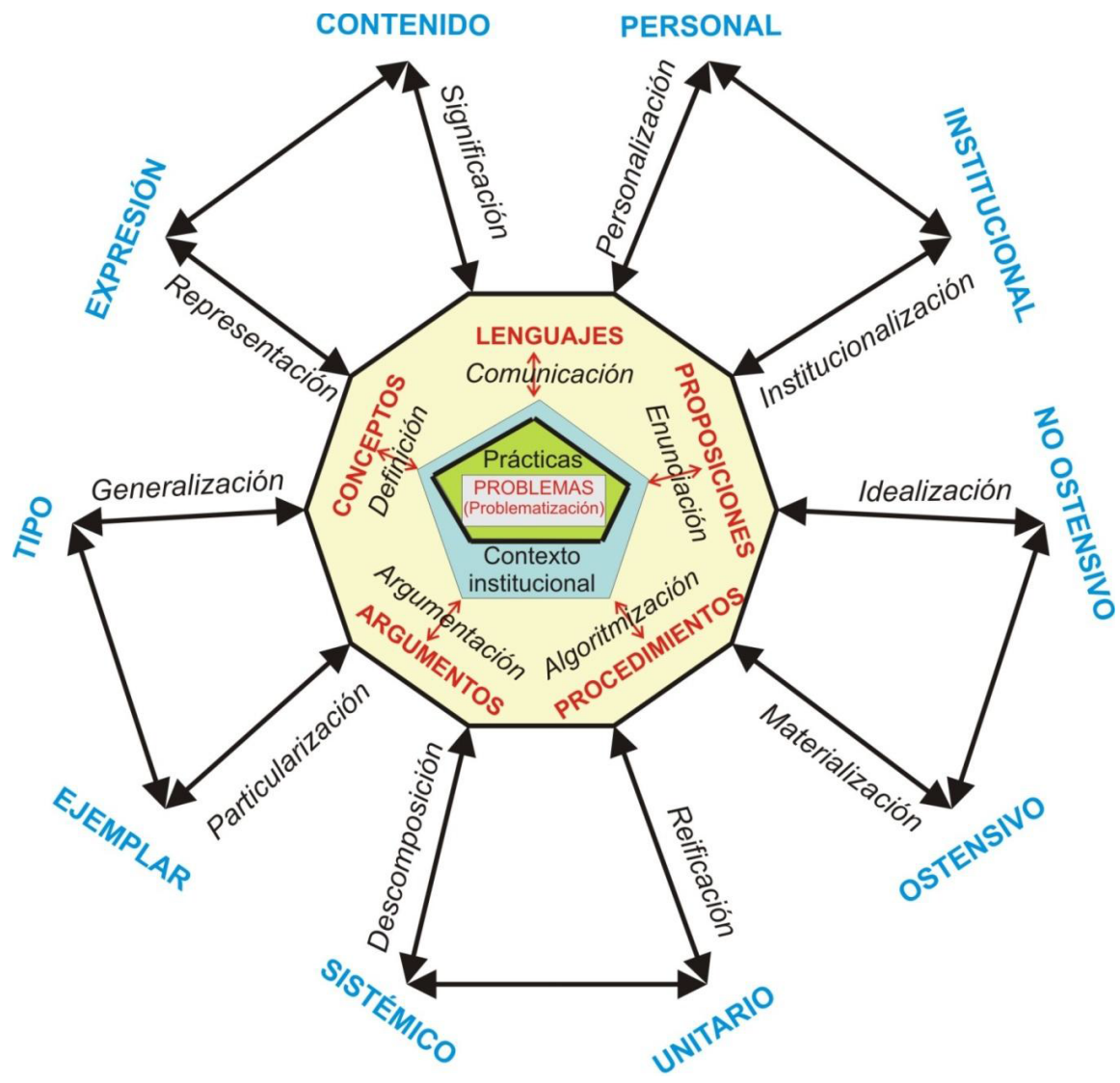
Procesos

- La emergencia de los objetos de la configuración (problemas, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos) tiene lugar mediante los respectivos procesos matemáticos de: comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos (algoritmización, rutinización, ...) y argumentación.

Por otra parte, las dualidades dan lugar a los siguientes procesos cognitivos/ epistémicos:

- institucionalización – personalización;
- generalización – particularización;
- análisis/descomposición – síntesis/reificación;
- materialización /concreción – idealización/abstracción;
- expresión/representación – significación.

Configuración Ontosemiótica



Comprensión, competencia y conocimiento

Hay dos maneras de entender la comprensión:
como proceso mental o como competencia.

- Los enfoques cognitivos en la Didáctica de las Matemáticas, entienden la comprensión como "proceso mental".
- Los posicionamientos pragmatistas del EOS, en cambio, llevan a entender, de entrada, la comprensión básicamente como competencia y no tanto como proceso mental: se considera que un sujeto comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diferentes prácticas.

DIMENSIÓN DIDÁCTICA

Problemas, prácticas, procesos y objetos didácticos

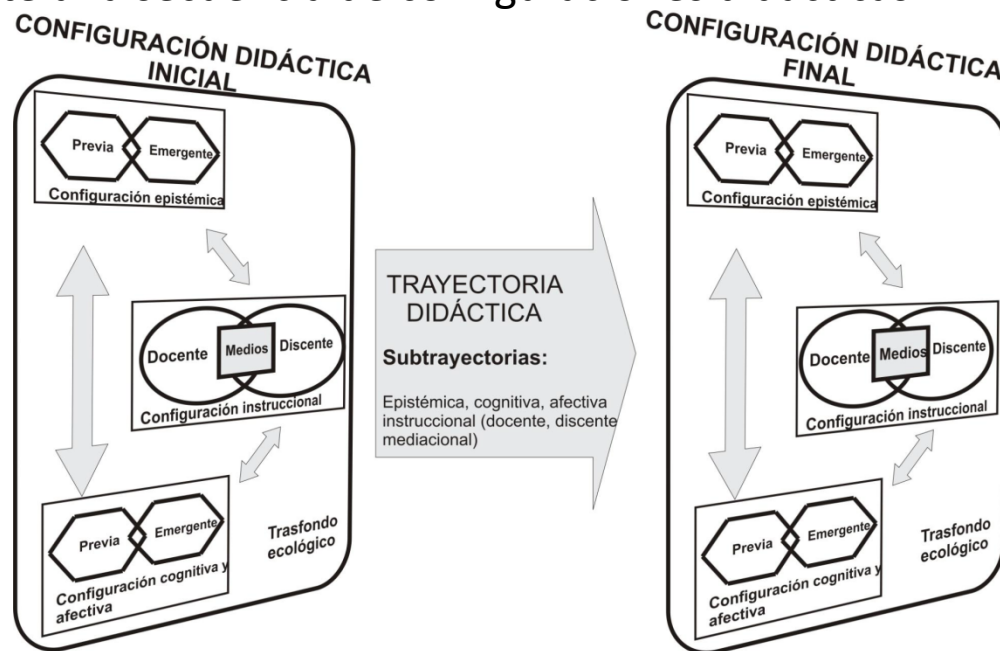
Problemas didácticos:

- ¿Qué contenido enseñar en cada contexto y circunstancia?
- ¿Cómo distribuir en el tiempo los distintos componentes y facetas del contenido a enseñar?
- ¿Cómo planificar, controlar y evaluar el proceso de estudio y aprendizaje en cada circunstancia?
- ¿Qué factores condicionan el estudio y el aprendizaje?, etc.

En este caso, las acciones (***prácticas didácticas***) que se pongan en juego, su secuenciación (***procesos didácticos***) y los objetos emergentes de tales sistemas de prácticas (***objetos didácticos***) serán diferentes respecto del caso de la solución de problemas matemáticos

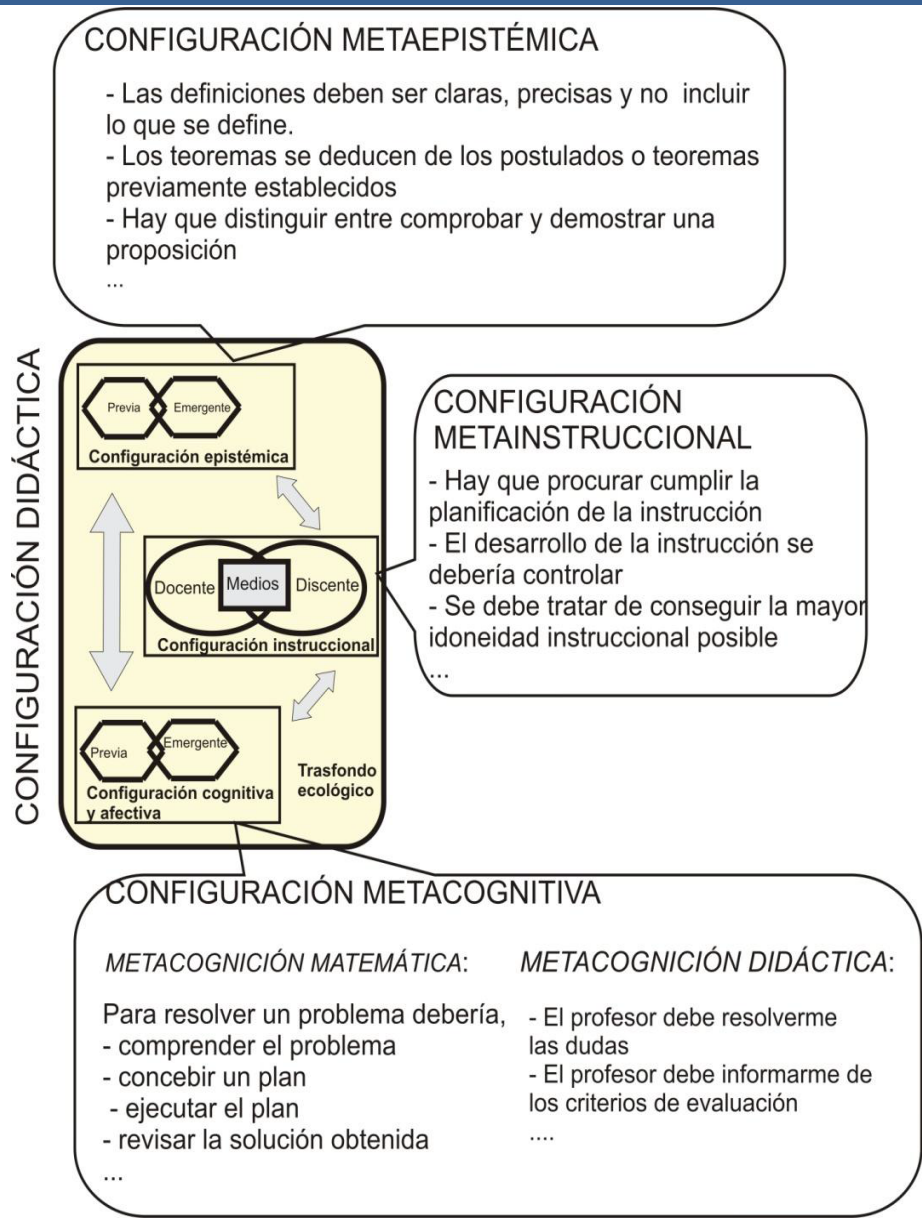
Teoría de las Configuraciones Didácticas

- Modelizamos la enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático como un proceso estocástico multidimensional compuesto de seis subprocesos (epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y emocional), con sus respectivas trayectorias y estados potenciales.
- Como unidad primaria de análisis didáctico se propone la *configuración didáctica*, constituida por las interacciones profesor-alumno a propósito de un objeto o contenido matemático y usando unos recursos materiales específicos.
- El proceso de instrucción sobre un contenido o tema matemático se desarrolla en un tiempo dado mediante una secuencia de configuraciones didácticas.



DIMENSIÓN META-DIDÁCTICO - MATEMÁTICO

Concepciones, creencias, reflexiones (generalmente implícitas) sobre las matemáticas escolares que motivan la elección de los conocimientos que se implementan en los procesos de estudio.



Concepciones, creencias, reflexiones (generalmente implícitas) sobre el proceso de instrucción que motivan la elección de determinados recursos y modos de interacción

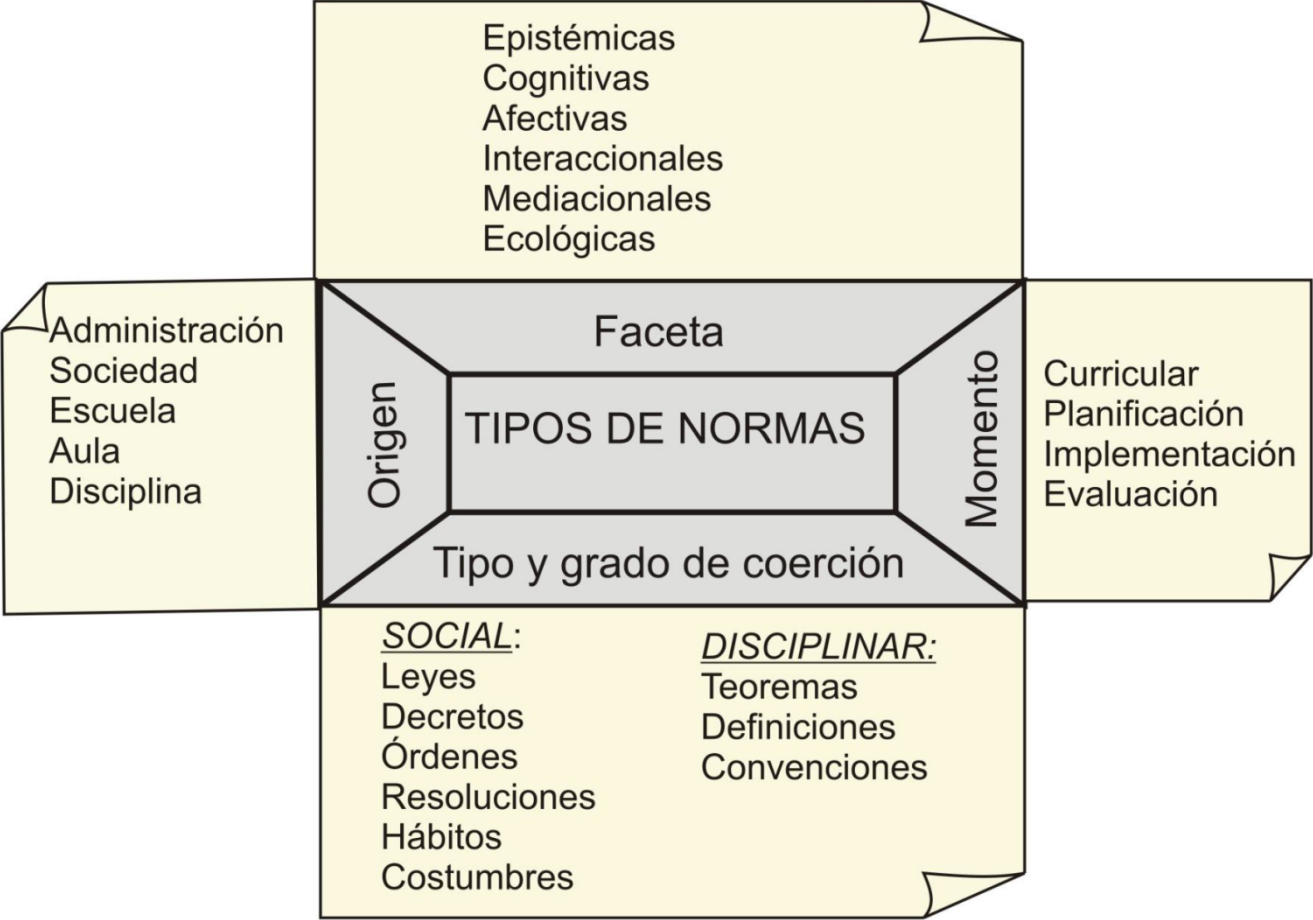
Componente normativo

- La noción de contrato didáctico ha sido desarrollada por Brousseau y constituye una pieza clave en la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1998).
- Se trata de tener en cuenta las normas, hábitos y convenciones generalmente implícitas que regulan el funcionamiento de la clase de matemáticas, concebida como “microsociedad”, que condicionan en mayor o menor medida los conocimientos que construyen los estudiantes.

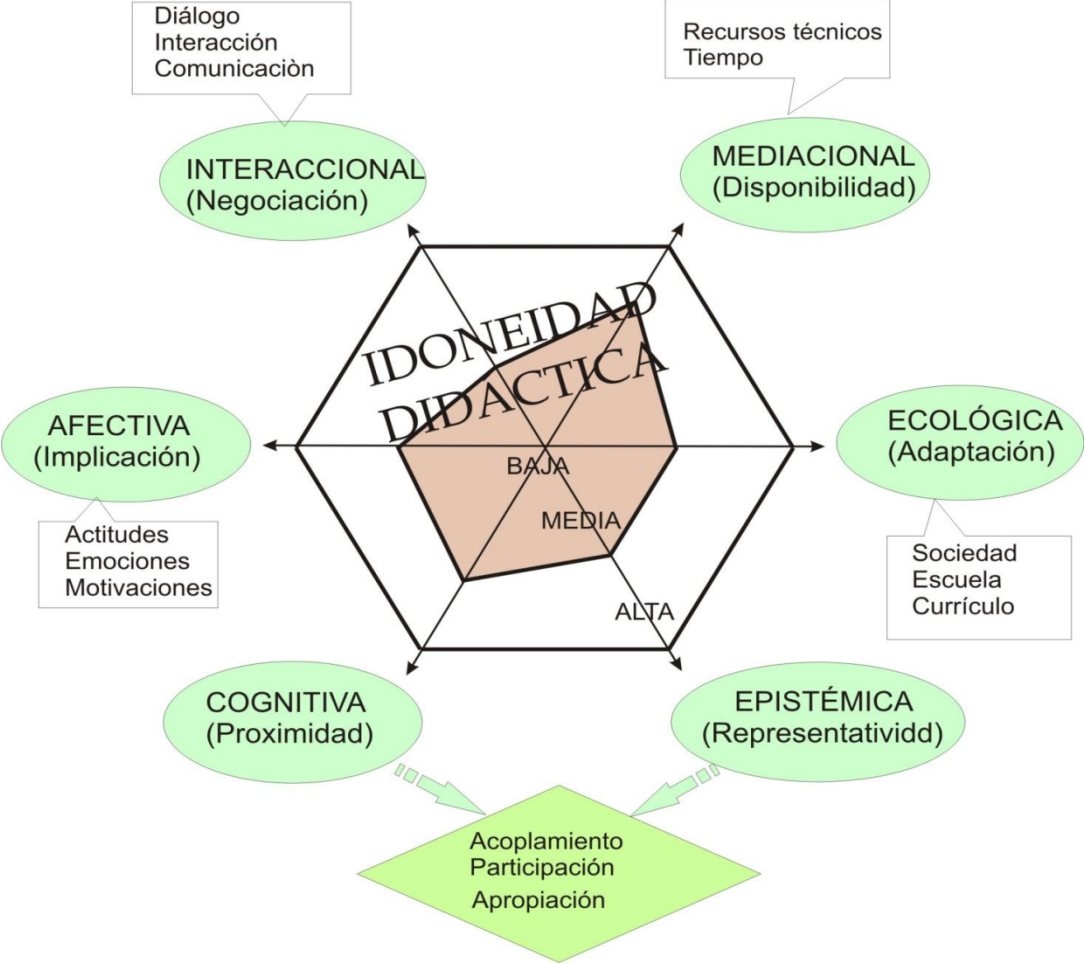
Godino, Font, Wilhelmi y Castro (2009) abordan el estudio sistemático y global de estas nociones teóricas desde la perspectiva del EOS, tratando de identificar sus conexiones mutuas y complementariedades, así como el reconocimiento de nuevos tipos de normas que faciliten el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El foco de atención, en estas aproximaciones, ha sido principalmente las interacciones entre profesor y estudiantes cuando abordan el estudio de temas matemáticos específicos .

...el “contrato interaccionista”, como el “brouseauniano”, constituyen visiones parciales del complejo sistema de normas sobre las cuales se apoyan - y al mismo tiempo restringen - la educación en general y los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas .



Godino, J. D.
(2011). Indicadores
de la idoneidad
didáctica de
procesos de
enseñanza y
aprendizaje de las
matemáticas. XIII
CIAEM-IACME,
Recife, Brasil.



Texto Batanero...

DIDÁCTICA DE LA ESTADÍSTICA

Significado y comprensión

Godino (1996),

“El problema de la comprensión está íntimamente ligado a cómo se concibe el propio conocimiento matemático.

Los términos y expresiones matemáticas denotan entidades abstractas cuya naturaleza y origen tenemos que explicitar para poder elaborar una teoría útil y efectiva sobre qué entendemos por comprender tales objetos.

Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como:

¿Cuál es la estructura del objeto a comprender?

¿Qué formas o modos posibles de comprensión existen para cada concepto?

¿Qué aspectos o componentes de los conceptos matemáticos es posible y deseable que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias dadas?

¿Cómo se desarrollan estos componentes?

(pg. 418).

Significado y comprensión

El enfoque ontosemiótico

Modelo de la actividad matemática propuesto por Godino y Batanero (1994, 1997), en el que se problematiza la naturaleza de un objeto matemático, partiendo del supuesto de que un mismo término o expresión matemática, puede tener distinto significado para diferentes personas o instituciones.

La **situación-problema** cualquier circunstancia en la que se debe realizar actividades de matematización, definidas por Freudenthal (1991) en la forma siguiente:

- Construir o buscar soluciones de un problema que no son inmediatamente accesibles;
- Inventar una simbolización adecuada para representar la situación problemática y las soluciones encontradas, y para comunicar estas soluciones a otras personas;
- Justificar las soluciones propuestas (validar o argumentar);
- Generalizar la solución a otros contextos, situaciones-problemas y procedimientos.

Cuando una clase de situaciones-problemas comparten soluciones, procesos, etc, hablamos de un **campo de problemas**.

Significado y comprensión

Un ejemplo sobre este enfoque, concepto de media: Batanero 2000

Un objeto pequeño se pesa con un mismo instrumento por ocho estudiantes de una clase, obteniéndose los siguientes valores en gramos: 6'2, 6'0, 6'0, 6'3, 6'1, 6'23, 6'15, 6'2 ¿Cuál sería la mejor estimación del peso real del objeto?

En este problema los alumnos de secundaria, sumarán los valores y dividirán por ocho.

Tipo de problema: *estimación de una cantidad desconocida, en presencia de errores de medida.*

El problema consiste en determinar, a partir de un conjunto de medidas $x_1, x_2, \dots, x_n$ la mejor estimación posible del verdadero valor X desconocido.

Según Plackett(1970), los astrónomos de Babilonia resolvieron el problema calculando la suma total de las observaciones y dividiendo por el número de datos y esta práctica se ha conservado hasta nuestros días, dando origen a lo que hoy conocemos por media aritmética.

$$\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$$

3.5. Significado y comprensión

Una característica de la actividad matemática es que, una vez hallada la solución de un problema, se trata de extender esta solución a otros casos diferentes de la situación concreta particular.

Se puede generalizar la expresión $\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n$ para un valor arbitrario n ,

posteriormente a un número infinito de valores, en variables discretas o continuas,

obteniéndose las expresiones $E(X) = \sum x_i p_i = \mu$

$$E(X) = \int x f(x) dx$$

Significado y comprensión

Ejemplo.
Al medir la altura en cm. que pueden saltar un grupo de escolares, antes y después de haber efectuado un cierto entrenamiento deportivo, se obtuvieron los valores siguientes.
¿Piensas que el entrenamiento es efectivo?

Altura saltada en cm.										
Alumno	Ana	Bea	Carol	Diana	Elena	Fanny	Gia	Hilda	Ines	Juana
Antes del entrenamiento	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115
Después del entrenamiento	128	115	106	128	122	145	132	109	102	117

Ejemplo.
La altura media de los alumnos de un colegio es 1'40. Si extraemos una muestra aleatoria de 5 estudiantes y resulta que la altura de los 4 primeros es de 1'38, 1'42, 1'60, 1'40.
¿Cuál sería la altura más probable del quinto estudiante?

Significado y comprensión

Elementos de significado

Problemas y situaciones que inducen actividades matemáticas y definen el campo de problemas de donde surge el objeto.

En nuestro caso los problemas presentados como ejemplos y sus generalizaciones formarían parte del campo de problemas asociados a las medidas de posición central.

Procedimientos, algoritmos, operaciones. Cuando un sujeto se enfrenta a un problema y trata de resolverlo, realiza distintos tipos de *prácticas*, que llega a convertir en rutinas con el tiempo. En la solución de problemas de promedios serían sumar una serie de valores y dividir por el número de sumandos.

Representaciones materiales utilizadas en la actividad matemática :términos, expresiones, símbolos, tablas, gráficos.
los términos "media", "valor medio", "promedio.

Abstracciones (conceptos, proposiciones). Las definiciones y propiedades características y sus relaciones con otros conceptos.

Demostraciones que empleamos para probar las propiedades del concepto y que llegan a formar parte de su significado y los argumentos que empleamos para mostrar a otras personas la solución de los problemas.

Significado y comprensión

Dimensiones institucional y personal del conocimiento

En general los problemas no aparecen de forma aislada, sino que los mismos problemas son compartidos dentro de cada institución, y las soluciones encontradas dependen de los instrumentos y prácticas sociales disponibles.

En la escuela secundaria (y en la universidad) se amplía la definición de la media, trabajándose primero con medias ponderadas y luego con medias de variables aleatorias discretas y continuas. Se enuncian y demuestran algunas propiedades de los promedios y se presentan aplicaciones a situaciones problemáticas más realistas y complejas.

En la "vida diaria" encontramos la media en los medios de comunicación y el trabajo profesional, por ejemplo, cuando analizamos los números índices de la evolución de la bolsa, precios, producción, empleo y otros indicadores económicos.

Por otro lado, el significado de un objeto matemático se configura y evoluciona a lo largo del tiempo, según se va ampliando el campo de problemas asociado. Este carácter progresivo de la construcción de los objetos en la ciencia tiene su paralelismo en el aprendizaje del sujeto que es un proceso lento y costoso.

Significado y comprensión

La comprensión personal de un concepto es, en este modelo, la "captación" del significado de dicho concepto. Ahora bien, puesto que el significado de un objeto no se concibe como una entidad absoluta y unitaria sino compuesta y relativa a los contextos institucionales, la comprensión de un concepto por un sujeto, en un momento y circunstancias dadas, implicará la adquisición de los distintos elementos que componen los significados institucionales correspondientes. (Godino, 1996).

Godino (1996) indica que la comprensión deja de ser meramente un proceso mental y se convierte en un proceso social ya que podemos considerar que un alumno "comprende" suficientemente los promedios desde el punto de vista de la enseñanza secundaria y que no lo comprende desde el punto de vista de unos estudios universitarios.

Significado y comprensión, por ejemplo:

Significado subjetivo de la aleatoriedad

Numerosas investigaciones en educación matemática han tratado de evaluar el significado atribuido a la aleatoriedad por niños y adultos.

Podemos clasificar en dos tipos los tipos de problemas planteados:

- ✓ En el primero (*problemas de generación*) se pide a los sujetos simular una secuencia de resultados aleatorios.

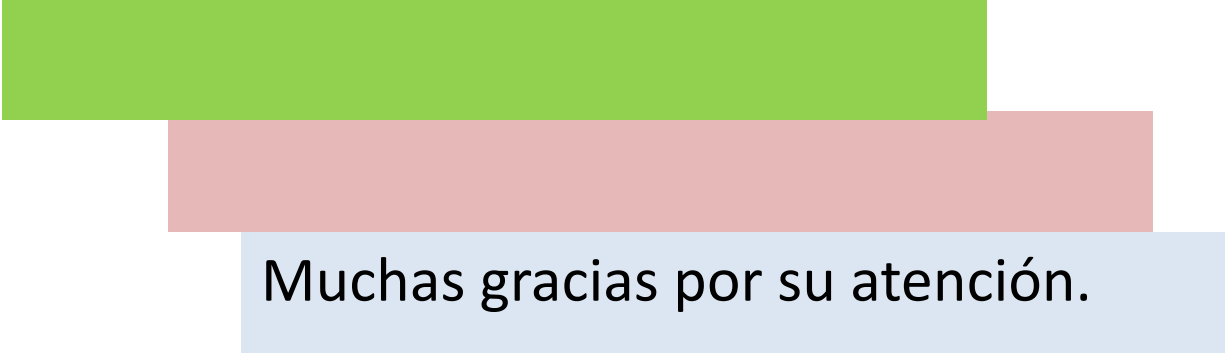
Por ejemplo, se pide escribir puntos al azar en un folio o escribir una sucesión de dígitos aleatorios

- ✓ En las *problemas de reconocimiento* se pregunta a los participantes si unas ciertas situaciones, secuencias o patrones espaciales son o no aleatorios.

Estas investigaciones muestran que los sujetos tienden a encontrar patrones deterministas en las situaciones aleatorias, es decir, tratan de encontrar asociaciones inexistentes, con objeto de reducir la incertidumbre.

Significado y comprensión,

Los diferentes conceptos fundamentales son tratados en profundidad en el texto del curso.



Muchas gracias por su atención.