



Universidad de
Playa Ancha
Facultad de Ciencias
Naturales y Exactas

Modelo Sintético de la Geometría Euclidiana

Ronald Manríquez

Primer semestre 2024

1 Definiciones

- Ángulos

2 Paralelismo

- Definiciones
- Teoremas

1 Definiciones

- Ángulos

2 Paralelismo

- Definiciones
- Teoremas

Definición

Si $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ son rayos opuestos y $\overrightarrow{AD}$ es un rayo cualquiera, entonces, $\angle BAC$ y $\angle DAC$ forman un par lineal. Se dice que estos ángulos son adyacentes.

Definición

Si $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ son rayos opuestos y $\overrightarrow{AD}$ es un rayo cualquiera, entonces, $\angle BAC$ y $\angle DAC$ forman un par lineal. Se dice que estos ángulos son adyacentes.

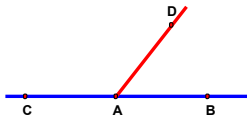


Figure: Ángulos adyacentes

Definición

Si la suma de las medidas de dos ángulos es π , entonces los ángulos son *suplementarios* y cada uno de ellos es el suplemento del otro.

Definición

Si la suma de las medidas de dos ángulos es π , entonces los ángulos son *suplementarios* y cada uno de ellos es el suplemento del otro.

Definición

Si los ángulos de un par lineal tienen igual medida, entonces cada uno de ellos es un ángulo recto.

Definiciones

Definición

Si la suma de las medidas de dos ángulos es π , entonces los ángulos son *suplementarios* y cada uno de ellos es el suplemento del otro.

Definición

Si los ángulos de un par lineal tienen igual medida, entonces cada uno de ellos es un ángulo recto.

Definición

Si $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ forman ángulo recto, entonces los rayos son perpendiculares.

Definiciones

Definición

Si la suma de las medidas de dos ángulos es π , entonces los ángulos son *suplementarios* y cada uno de ellos es el suplemento del otro.

Definición

Si los ángulos de un par lineal tienen igual medida, entonces cada uno de ellos es un ángulo recto.

Definición

Si $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ forman ángulo recto, entonces los rayos son perpendiculares.

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$$

Definición

Si la suma de las medidas de dos ángulos es $\frac{\pi}{2}$, entonces los ángulos son *complementarios* y cada uno de ellos es el complemento del otro.

Definición

Si la suma de las medidas de dos ángulos es $\frac{\pi}{2}$, entonces los ángulos son *complementarios* y cada uno de ellos es el complemento del otro.

Definición

Si la medida de un ángulo es menor de $\frac{\pi}{2}$, entonces el ángulo es *agudo* y si es mayor de $\frac{\pi}{2}$ es *obtuso*.

Definición

Dos ángulos son opuestos por el vértice, si sus lados son rayos opuestos.

Definición

Dos ángulos son opuestos por el vértice, si sus lados son rayos opuestos.

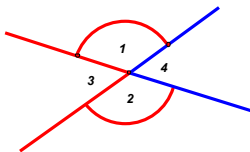


Figure: Ángulos opuestos por el vértice

Teorema

Dos ángulos opuestos por el vértice son congruentes.

1 Definiciones

- Ángulos

2 Paralelismo

- Definiciones
- Teoremas

Definición Paralelismo

- 1 son coplanarias y

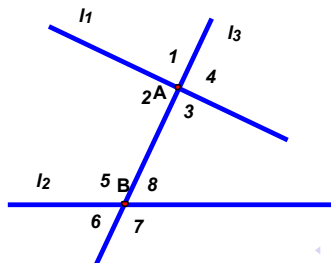
Definición Paralelismo

- 1 son coplanarias y
- 2 no se intersecan o tienen intersección infinita.

Definición

Sean las rectas l_1 , l_2 y l_3 coplanarias. l_3 es una recta transversal a las otras dos. En la figura obtenida se forman ocho ángulos:

- 1 Ángulos internos: 2, 5, 3, 8.
- 2 Ángulos alternos internos: 2 y 8; 3 y 5.
- 3 Ángulos alternos externos: 1 y 7; 4 y 6.
- 4 Ángulos correspondientes: 1 y 5; 2 y 6; 4 y 8; 3 y 7.
- 5 Conjugados internos: 2 y 5; 3 y 8.
- 6 Conjugados externos: 1 y 6; 4 y 7.



1 Definiciones

- Ángulos

2 Paralelismo

- Definiciones
- Teoremas

Si dos rectas se intersectan por una transversal y forman dos ángulos alternos internos congruentes, entonces los otros dos ángulos alternos internos también son congruentes.

Teorema

Axioma 20: Si dos rectas paralelas son intersectadas por otra recta transversal, entonces forman ángulos alternos internos congruentes.

Teorema

Si dos rectas paralelas son intersectadas por otra recta transversal, entonces forman ángulos alternos externos congruentes, ángulos correspondientes congruentes y ángulos contarios suplementarios.

Teorema [*Propiedad recíproca del paralelismo*]

Si dos rectas son intersectadas por otra recta transversal formando ángulos alternos internos congruentes, ángulos alternos externos congruentes, ángulos correspondientes congruentes y ángulos contrarios suplementarios, entonces las rectas son paralelas.

Teorema

Dos rectas paralelas a una tercera recta, son paralelas entre sí.

Teorema

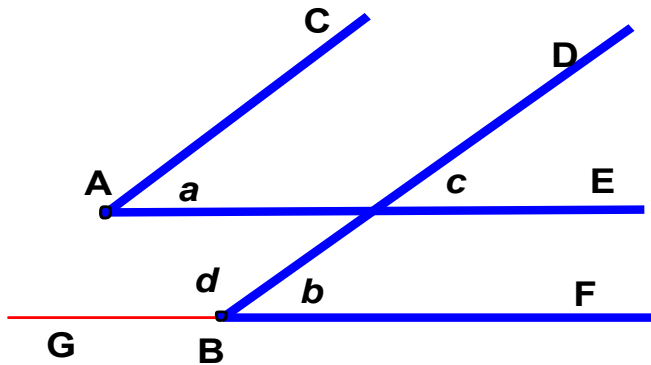
Dos rectas paralelas a una tercera recta, son paralelas entre sí.

Definición

Si dos ángulos son rectos o agudos u obtusos, son ángulos de igual naturaleza. En caso contrario, son de distinta naturaleza.

Teorema

Si dos ángulos tienen sus lados respectivamente paralelos, entonces son congruentes si son de misma naturaleza o son suplementarios si son de distinta naturaleza.



Corolario

Si dos rectas son paralelas, toda recta perpendicular a una de ella, será también perpendicular a la otra.

Corolario

Si dos rectas son paralelas, toda recta perpendicular a una de ella, será también perpendicular a la otra.

Teorema

Si dos o más rectas son perpendiculares a una misma recta en el plano, entonces son paralelas entre sí.

Corolario

Si dos rectas son paralelas, toda recta perpendicular a una de ella, será también perpendicular a la otra.

Teorema

Si dos o más rectas son perpendiculares a una misma recta en el plano, entonces son paralelas entre sí.

Teorema

Desde un punto que no pertenece a una recta dada, se puede construir una y solo una recta perpendicular a la recta dada.