



Modelo Sintético de Geometría Euclidiana Plana

[Pedagogía en Matemática]

Ronald Manríquez
Semestre I 2024

La Circunferencia y el Círculo

- **Definición.** El conjunto de puntos del plano que se encuentran a una distancia dada r con respecto a un punto dado P , es la circunferencia con centro en el punto P y de radio r .



- **Definición.** El conjunto de puntos del plano que se encuentran a una distancia dada r con respecto a un punto dado P , es la circunferencia con centro en el punto P y de radio r .
- La circunferencia, como toda línea cerrada, divide al plano en dos partes: una limitada y constituida por sus puntos interiores y la otra, ilimitada constituida por los puntos exteriores.
-
-
-

- **Definición.** El conjunto de puntos del plano que se encuentran a una distancia dada r con respecto a un punto dado P , es la circunferencia con centro en el punto P y de radio r .
- La circunferencia, como toda línea cerrada, divide al plano en dos partes: una limitada y constituida por sus puntos interiores y la otra, ilimitada constituida por los puntos exteriores.
- La distancia desde un punto interior al centro de la circunferencia es menor que la medida del radio ($d < r$).
-
-

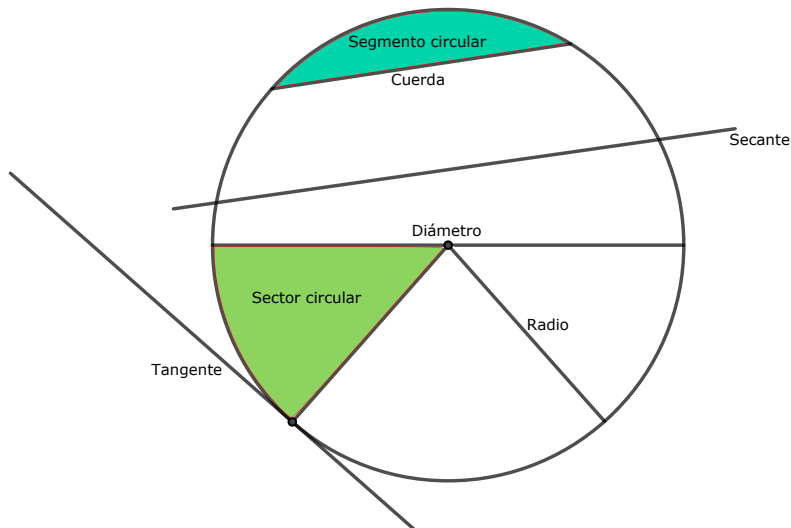
- **Definición.** El conjunto de puntos del plano que se encuentran a una distancia dada r con respecto a un punto dado P , es la circunferencia con centro en el punto P y de radio r .
- La circunferencia, como toda línea cerrada, divide al plano en dos partes: una limitada y constituida por sus puntos interiores y la otra, ilimitada constituida por los puntos exteriores.
- La distancia desde un punto interior al centro de la circunferencia es menor que la medida del radio ($d < r$).
- La distancia desde un punto exterior al centro de la circunferencia es mayor que la medida del radio ($d > r$).
-

- **Definición.** El conjunto de puntos del plano que se encuentran a una distancia dada r con respecto a un punto dado P , es la circunferencia con centro en el punto P y de radio r .
- La circunferencia, como toda línea cerrada, divide al plano en dos partes: una limitada y constituida por sus puntos interiores y la otra, ilimitada constituida por los puntos exteriores.
- La distancia desde un punto interior al centro de la circunferencia es menor que la medida del radio ($d < r$).
- La distancia desde un punto exterior al centro de la circunferencia es mayor que la medida del radio ($d > r$).
- La figura geométrica formada por la unión de los conjuntos de puntos de la circunferencia y de los puntos interiores, es el círculo correspondiente a la circunferencia. El centro y radio del círculo son los mismos de la circunferencia. También se puede decir que la región del plano limitada por la circunferencia es la región circular.

Elementos de una circunferencia

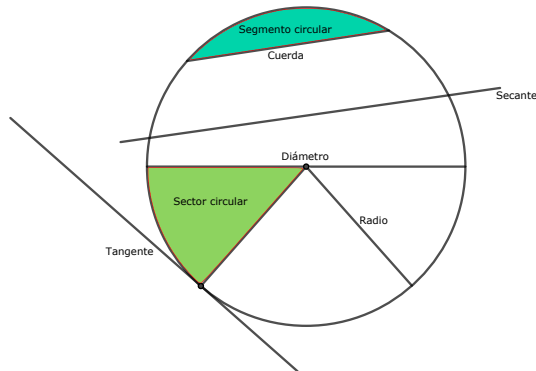


Universidad de
Playa Ancha
Facultad de Ciencias
Naturales y Exactas



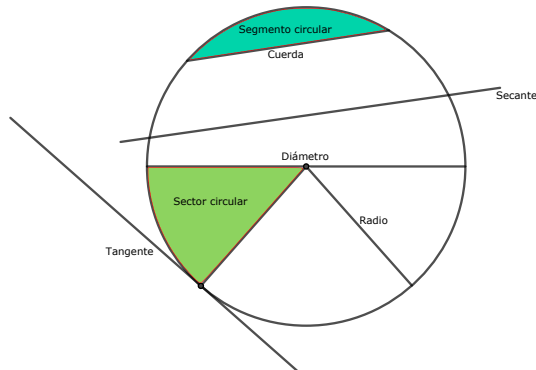


El ángulo cuyos lados corresponden a dos radios de una circunferencia y su vértice está en el centro de ella, es un ángulo del centro o ángulo central del círculo.



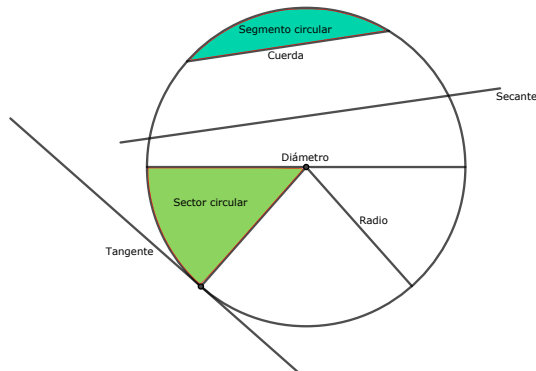


A cada ángulo del centro de una circunferencia se le puede hacer corresponder biunívocamente un arco de la circunferencia, y se dirá que el ángulo comprende al arco o el ángulo extiende al arco.



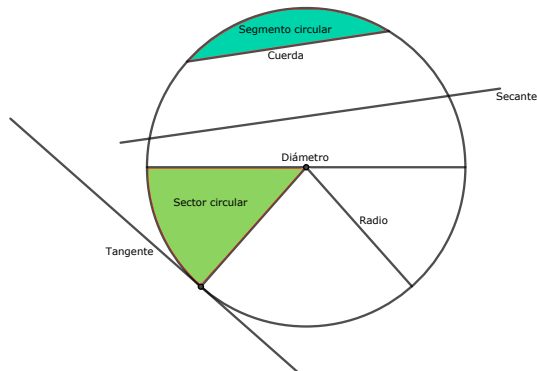


Si el ángulo del centro forma un par lineal, el arco correspondiente es una semicircunferencia. La medida de un ángulo del centro es la medida correspondiente al arco que comprenden sus lados.





Si las medidas de los radios de dos
circunferencias son iguales, entonces las
circunferencias son congruentes.





Teorema

En una circunferencia, la medida de un diámetro es mayor que la medida de cualquier cuerda de ella.



Teorema

En una misma circunferencia o en circunferencias congruentes, a ángulos del centro congruentes les corresponden arcos y cuerdas congruentes.



Teorema

La recta perpendicular construida desde el centro de una circunferencia a una cuerda de ella:

- 1 Es mediatriz de la cuerda.
- 2 Es bisectriz del ángulo del centro que corresponde al arco de la cuerda.
- 3 Dimidia el arco correspondiente a la cuerda.

Construcción fundamental

Construir la circunferencia que contiene tres puntos no colineales dados.



Teorema

En una misma circunferencia o en circunferencias congruentes, dos cuerdas congruentes equidistan de su centro.



Teorema

En una misma circunferencia o en circunferencias congruentes, si dos cuerdas son desiguales, la mayor está a menor distancia del centro que la otra.



Teorema

Si dos rectas secantes a una circunferencia son paralelas, entonces determinan arcos congruentes en la circunferencia.



Teorema

La tangente a una circunferencia es perpendicular al radio correspondiente al punto de tangencia.

Relaciones angulares en el círculo

- Un ángulo en un círculo es convexo si su vértice es un punto de la circunferencia y sus lados son cuerdas (ángulo inscrito) o una cuerda y una tangente (ángulo semi inscrito) o una cuerda y una secante que interseca a la circunferencia en uno de los extremos de la cuerda (ángulo ex inscrito).

- Un ángulo en un círculo es convexo si su vértice es un punto de la circunferencia y sus lados son cuerdas (ángulo inscrito) o una cuerda y una tangente (ángulo semi inscrito) o una cuerda y una secante que interseca a la circunferencia en uno de los extremos de la cuerda (ángulo ex inscrito).
- Si dos cuerdas de un círculo se intersecan, forman cuatro ángulos interiores. Si dos rectas secantes se intersecan en un punto exterior de la circunferencia, forman un ángulo exterior.

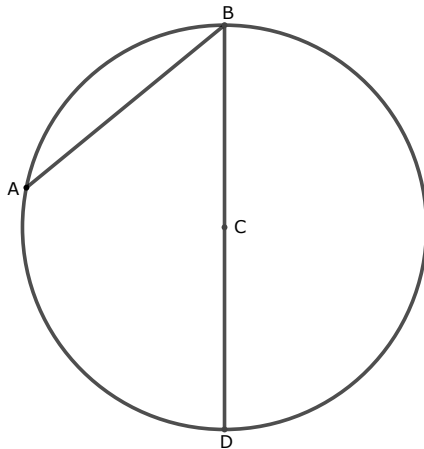
- Un ángulo en un círculo es convexo si su vértice es un punto de la circunferencia y sus lados son cuerdas (ángulo inscrito) o una cuerda y una tangente (ángulo semi inscrito) o una cuerda y una secante que interseca a la circunferencia en uno de los extremos de la cuerda (ángulo ex inscrito).
- Si dos cuerdas de un círculo se intersecan, forman cuatro ángulos interiores. Si dos rectas secantes se intersecan en un punto exterior de la circunferencia, forman un ángulo exterior.
- Un ángulo en un círculo comprende un arco de ella y a cada arco le corresponde un ángulo en el círculo.



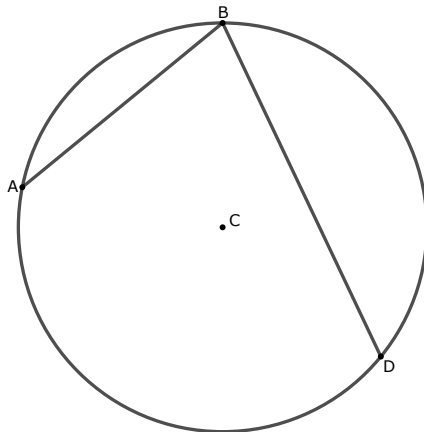
Teorema

La medida de un ángulo inscrito, en un círculo, es igual a la mitad de la del ángulo del centro que le corresponde el mismo arco.

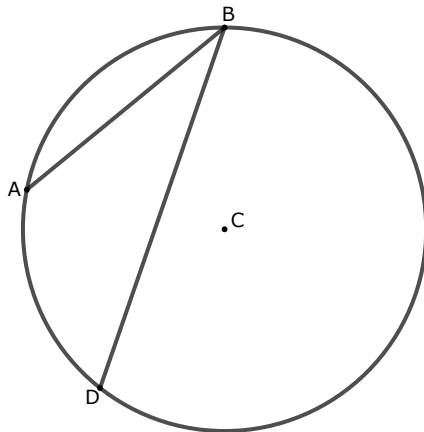
1^{er} caso. El centro de la circunferencia pertenece a uno de los la dos del ángulo.



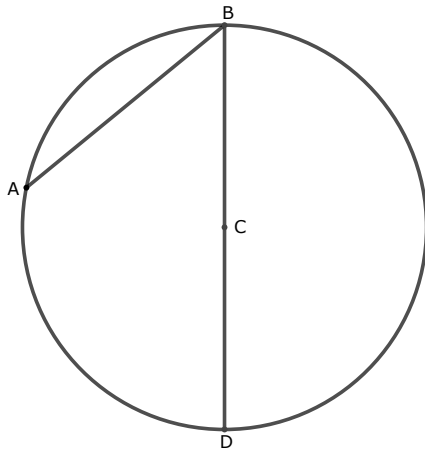
2^{do} caso. El centro de la circunferencia está en el interior del ángulo.



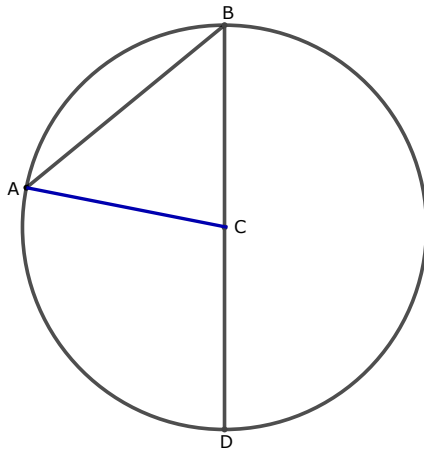
3^{er} caso. El centro de la circunferencia está en el exterior del ángulo.



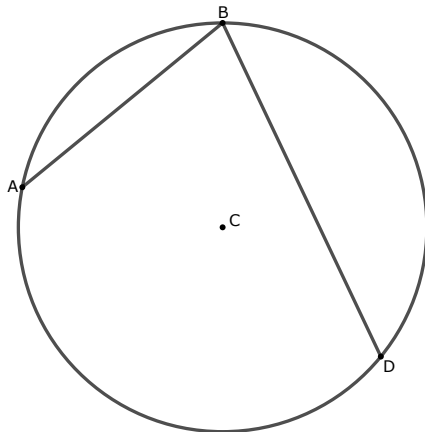
1^{er} caso. El centro de la circunferencia pertenece a uno de los la dos del ángulo.



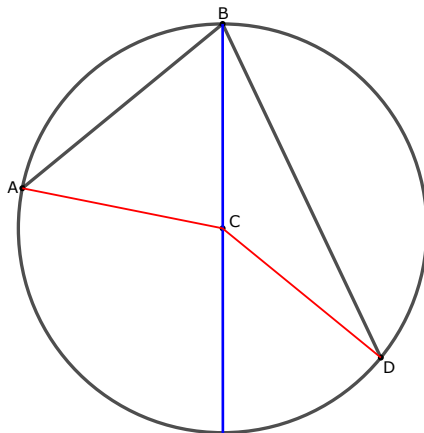
1^{er} caso. El centro de la circunferencia pertenece a uno de los la dos del ángulo.



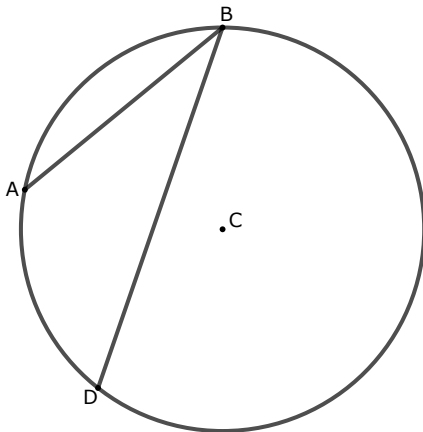
2^{do} caso. El centro de la circunferencia está en el interior del ángulo.



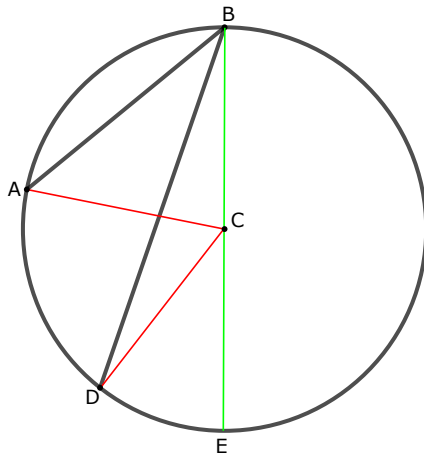
2^{do} caso. El centro de la circunferencia está en el interior del ángulo.



3^{er} caso. El centro de la circunferencia está en el exterior del ángulo.



3^{er} caso. El centro de la circunferencia está en el exterior del ángulo.





Teorema

La medida de un ángulo semi inscrito es la mitad de la medida del ángulo del centro correspondiente al arco que comprende.



Teorema

La medida de un ángulo interior en un círculo es la semi suma de las medidas de los arcos comprendidos entre sus lados.

Teorema

La medida de un ángulo exterior en un círculo es la semi diferencia de las medidas de los arcos comprendidos entre sus lados.



Definición

Arco capaz de un ángulo es el arco de una circunferencia en el cual se puede inscribir dicho ángulo.

Construcción fundamental

Conociendo el ángulo α y un segmento de medida c , construir el arco capaz de α sobre el segmento de medida c como cuerda.



Teorema

En todo cuadrilátero inscrito, los ángulos opuestos son suplementarios.

Construcción fundamental



Construcción de los segmentos tangentes a una circunferencia con centro en el punto O desde un punto A en el exterior de ella.



Teorema

Los segmentos tangentes a una circunferencia contruidos desde un punto en el exterior de ella, son congruentes.



Teorema

Si un cuadrilátero es circunscrito a una circunferencia, entonces las sumas de las medidas de dos lados opuestos son iguales.