



Modelo Sintético de Geometría Euclidiana Plana

[Pedagogía en Matemática]

Ronald Manríquez

Agosto 2023-1

Semejanza de las figuras en el plano

En general, se dice que dos figuras en el plano son semejantes cuando sus lados son respectivamente proporcionales y sus ángulos son respectivamente (ordenadamente) congruentes.

Semejanza de triángulos

Dos triángulos que tienen los tres ángulos respectivamente congruentes y sus lados proporcionales se dice que son semejantes.

Dos triángulos que tienen los tres ángulos respectivamente congruentes y sus lados proporcionales se dice que son semejantes.

$\approx$

Dos triángulos que tienen los tres ángulos respectivamente congruentes y sus lados proporcionales se dice que son semejantes.

$\approx$

En los triángulos semejantes, los elementos homólogos o correspondientes son los vértices de los ángulos congruentes y los lados opuestos a los ángulos congruentes.

Dos triángulos que tienen los tres ángulos respectivamente congruentes y sus lados proporcionales se dice que son semejantes.

$\approx$

En los triángulos semejantes, los elementos homólogos o correspondientes son los vértices de los ángulos congruentes y los lados opuestos a los ángulos congruentes. La razón que existe entre los lados homólogos se llama *razón de semejanza* o de *similitud del triángulo*.



Teorema (particular de Thales)

Dado un triángulo y una recta paralela a uno de sus lados, ésta paralela determina un nuevo triángulo semejante con el triángulo dado.



Cuatro teoremas o criterios de la semejanza de triángulos.



Teorema (AA)

Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos respectivamente congruentes.



Teorema (LAL)

Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados respectivamente proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos son congruentes.



Teorema (LLL)

Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres lados respectivamente proporcionales.



Teorema (LLA)

Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados respectivamente proporcionales y los ángulos opuestos, a los de mayor medida de estos lados, congruentes.



Corolario

En triángulos semejantes: a ángulos congruentes se oponen lados proporcionales y a lados proporcionales se oponen ángulos congruentes.



Teorema

En triángulos semejantes, las alturas homólogas son entre sí como dos lados homólogos.

En general, se puede demostrar que

En triángulos semejantes dos segmentos homólogos (alturas, transversales de gravedad, bisectrices) son entre si como dos lados homólogos cualesquiera.



Teorema

Si un haz de rayos se interseca por dos rectas paralelas, los segmentos de las rectas determinados por los rayos son proporcionales.



Teorema

Las transversales de gravedad de un triángulo, se intersecan en un punto tal que divide a cada una de ellas en la razón $1 : 2$.