



Modelo Sintético de Geometría Euclidiana Plana

[Pedagogía en Matemática]

Ronald Manríquez

Abril 2024-1

Triángulos (continuación)

Congruencia de triángulos

Definición

Sea $ABC \leftrightarrow DEF$ una correspondencia entre los vértices de dos triángulos. Si los pares de lados correspondientes y los pares de ángulos correspondientes son congruentes, entonces la relación se llama una congruencia entre los dos triángulos.

Definición

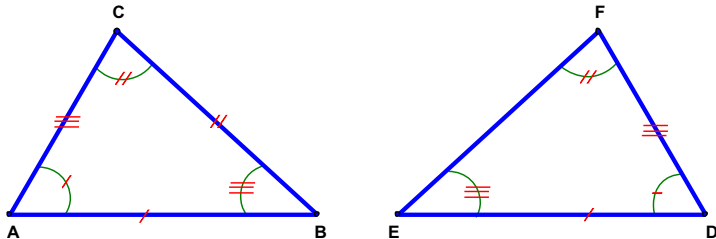
Sea $ABC \leftrightarrow DEF$ una correspondencia entre los vértices de dos triángulos. Si los pares de lados correspondientes y los pares de ángulos correspondientes son congruentes, entonces la relación se llama una congruencia entre los dos triángulos.

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF.$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF.$$

$$\overline{AB} \cong \overline{DE}, \overline{BC} \cong \overline{EF}, \overline{AC} \cong \overline{DF}$$

$$\angle BAC \cong \angle EDF, \angle ABC \cong \angle DEF, \angle ACB \cong \angle DFE$$



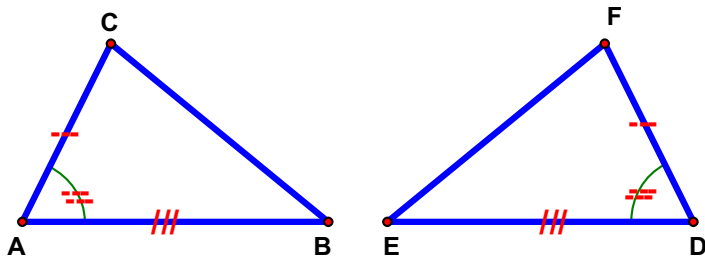


Definición

En un triángulo, un lado está comprendido entre los ángulos cuyos vértices son los extremos del lado y un ángulo está comprendido entre los lados, que corresponden a los lados del ángulo.

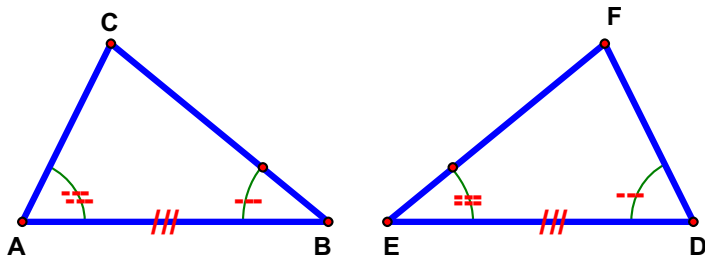
Axioma LAL

Si dos triángulos tienen respectivamente congruentes dos lados y el ángulo comprendido entre ellos, entonces los triángulos son congruentes.



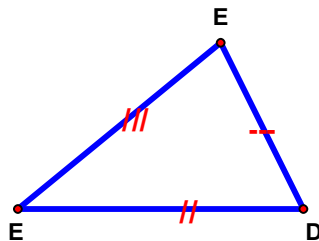
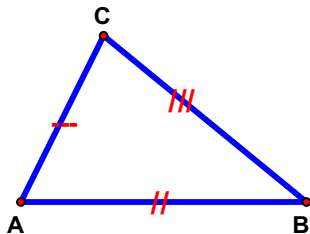
Axioma ALA

Si dos triángulos tienen respectivamente congruentes dos ángulos y el lado comprendido entre ellos, entonces los triángulos son congruentes.



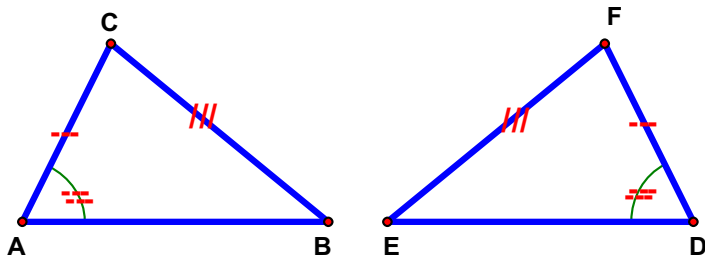
Axioma LLL

Si dos triángulos tienen respectivamente congruentes sus tres lados, entonces los triángulos son congruentes.



Axioma LLA

Si dos triángulos tienen respectivamente congruentes dos lados y el ángulo opuesto a los de mayor medida de ellos, entonces los triángulos son congruentes.



Los postulados de congruencia de triángulos permiten demostrar o congruencia de segmentos o congruencia de ángulos.

- 1 Si dos triángulos rectángulos tienen sus catetos respectivamente congruentes, entonces son congruentes.
- 2 Si dos triángulos rectángulos tienen la hipotenusa y uno de sus ángulos agudos respectivamente congruentes, son congruentes.



Teorema

En un triángulo isósceles, los ángulos basales son congruentes.



Teorema

En un triángulo isósceles, la transversal media es altura y bisectriz.



Teorema

Cualquier punto que pertenezca a la mediatriz de un segmento, equidista de los extremos del segmento.



Teorema

Cualquier punto de la bisectriz de un ángulo, equidista de los lados del ángulo.



Teorema

Las mediatrices de un triángulo se intersectan en un único punto, el cual equidista de los vértices del triángulo.



Teorema

Las mediatrices de un triángulo se intersectan en un único punto, el cual equidista de los vértices del triángulo.

Corolario

El punto de intersección de las 3 mediatrices de un triángulo es el centro de la circunferencia que contiene a los tres vértices.



Teorema

Las mediatrices de un triángulo se intersectan en un único punto, el cual equidista de los vértices del triángulo.

Corolario

El punto de intersección de las 3 mediatrices de un triángulo es el centro de la circunferencia que contiene a los tres vértices.

Esta circunferencia se llama: *circunferencia circunscrita* del triángulo.



Teorema

Las tres bisectrices de los ángulos interiores de un triángulo, se intersectan en un único punto, el cual equidista de los lados del triángulo.

Relación de desigualdad entre los elementos de un triángulo



Teorema

Si en un triángulo, dos lados son de distintas medidas, la medida del ángulo opuesto al lado de medida mayor, es mayor que el opuesto al lado de menor medida.



Teorema

Si en un triángulo, dos lados son de distintas medidas, la medida del ángulo opuesto al lado de medida mayor, es mayor que el opuesto al lado de menor medida.

Teorema (Recíproco)

Si en un triángulo, dos ángulo son de distintas medidas, la medida del lado opuesto al ángulo de medida mayor, es mayor que el opuesto al ángulo de menor medida.



Teorema

Si desde un punto dado, situado fuera de una recta, se construye un segmento perpendicular a la recta, la medida de este segmento es menor que la de cualquier otro segmento que tiene como extremos el punto dado y otro punto cualquier de la recta.

Definición

La medida del segmento perpendicular construido desde un punto dado P a una recta dada l , es la distancia desde el punto a la recta.



Definición

La medida del segmento perpendicular construido desde un punto dado P a una recta dada l , es la distancia desde el punto a la recta.

Teorema

En un triángulo cualquiera, la medida de uno de sus lados es menor que la suma de las medidas de los otros dos lados.