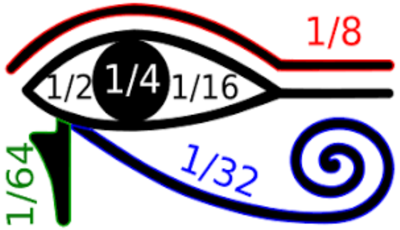
FACULTAD
CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS

Universidad de Playa Ancha



Números Reales 5

CPM 1411

2023

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1.- Capítulo Números Reales. Apuntes de Cálculo. USM. Gruenberg, V.(2016).

2.- Capítulo Números Reales. Matemática para ingeniería Arancibia S.,Mena J. (2015).

Valor Absoluto

Definición *Sea $x \in \mathbb{R}$, se define el valor absoluto de x como*

$$|x| = \begin{cases} x & si \quad x \geq 0 \\ -x & si \quad x < 0 \end{cases}$$

Observación: Note que se cumple $\sqrt{a^2} = |a|, \quad \forall a \in \mathbb{R}$.

Ejemplo *Determinar los siguientes valores*

1. $|-3| = 3$
2. $|\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3}$
3. $|3 - |\sqrt{3} - 2|| = |3 - (2 - \sqrt{3})| = |1 + \sqrt{3}| = 1 + \sqrt{3}$
4. $|\sqrt{5} - |2 - \sqrt{5}|| = 2$

Propiedad *Sean $a, b \in \mathbb{R}$ entonces:*

1. $|a| \geq 0$.
2. $|a| = |-a|$.
3. $|ab| = |a||b|$.
4. $|a|^2 = |a^2| = a^2$.
5. $-|a| \leq a \leq |a|$.
6. $|a| = |b| \Leftrightarrow a^2 = b^2$.
7. $\sqrt{a^2} = |a|$.

Propiedad *Sean $a, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}_0^+$ entonces:*

1. $|a| = c \Leftrightarrow (a = c \vee a = -c)$.
2. $|a| = |b| \Leftrightarrow (a = b \vee a = -b)$.

Ejemplo *Resolver las siguientes ecuaciones*

1. $|x| = 3$

   Solución: De la proposición tenemos que

   $$x = 3 \ \vee \ x = -3$$

   Luego el conjunto solución es:

   $$S = \{3, -3\}$$

2. $|x - 3| = \sqrt{3} - 1$

   Solución: Como $\sqrt{3} - 1 > 0$, tenemos que

   $$x - 3 = \sqrt{3} - 1 \quad \vee \quad x - 3 = -(\sqrt{3} - 1)$$
   $$x = \sqrt{3} + 2 \quad \vee \quad x = -\sqrt{3} + 4$$

   Luego el conjunto solución es:

   $$S = \{\sqrt{3} + 2, -\sqrt{3} + 4\}$$

3. $|2x-7| = \sqrt{5}-3$

Solución: Como $\sqrt{5}-3<0$, luego $S=\phi$

4. $|3-x| = 3x-1$

Solución: Como $|3-x|\geq 0$, luego tenemos que $3x+1\geq 0$ y por lo tanto $x\geq -\frac{1}{3}$, ahora tenemos que

$$\begin{aligned} 3-x=3x-1 &\quad\vee\quad 3-x=-(3x-1)\\ -4x=-4 &\quad\vee\quad 2x=-2\\ x=1 &\quad\vee\quad x=-1 \end{aligned}$$

el conjunto solución es:

$$S=\{1\}$$

5. $||x-1|-3|=5$

Solución: De la proposición tenemos que

$$\begin{aligned} |x-1|-3=5 \quad &\vee \quad |x-1|-3=-5 \\ |x-1|=8 \quad &\vee \quad |x-1|=-2 \end{aligned}$$

Como $0 \leq |x-1| = -2 < 0$ es una contradicción, luego continuamos con la otra igualdad

$$|x-1|=8$$

$$\begin{array}{ccc} x-1=8 & \vee & x-1=-8 \\ x=9 & \vee & x=-7 \end{array}$$

Luego el conjunto solución es:

$$S=\{-7,9\}$$

6. $||x-1|-3x| = 2$

Solución:

$$\begin{aligned} |x-1|-3x = 2 \quad &\vee \quad |x-1|-3x = -2 \\ |x-1| = 2+3x \quad &\vee \quad |x-1| = -2+3x \end{aligned}$$

Lo resolveremos por caso

Primer Caso $|x-1| = 2+3x$

Como $0 \leq |x-1| = 2+3x$, luego tenemos que $x \geq -\frac{2}{3}$ y ahora aplicamos propiedad

$$\begin{aligned} x-1 = 2+3x \quad &\vee \quad x-1 = -(2+3x) \\ -2x = 3 \quad &\vee \quad 4x = -1 \\ x = -\frac{3}{2} \quad &\vee \quad x = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Luego tenemos,

$$S_1 = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$$

Segundo Caso $|x-1|=-2+3x$

Como $0\leq |x-1|=-2+3x$, luego tenemos que $x\geq \frac{2}{3}$ y ahora aplicamos la propiedad

$$\begin{aligned} x-1=-2+3x &\quad \vee \quad x-1=-(-2+3x) \\ -2x=-1 &\quad \vee \quad 4x=3 \\ x=\frac{1}{2} &\quad \vee \quad x=\frac{3}{4} \end{aligned}$$

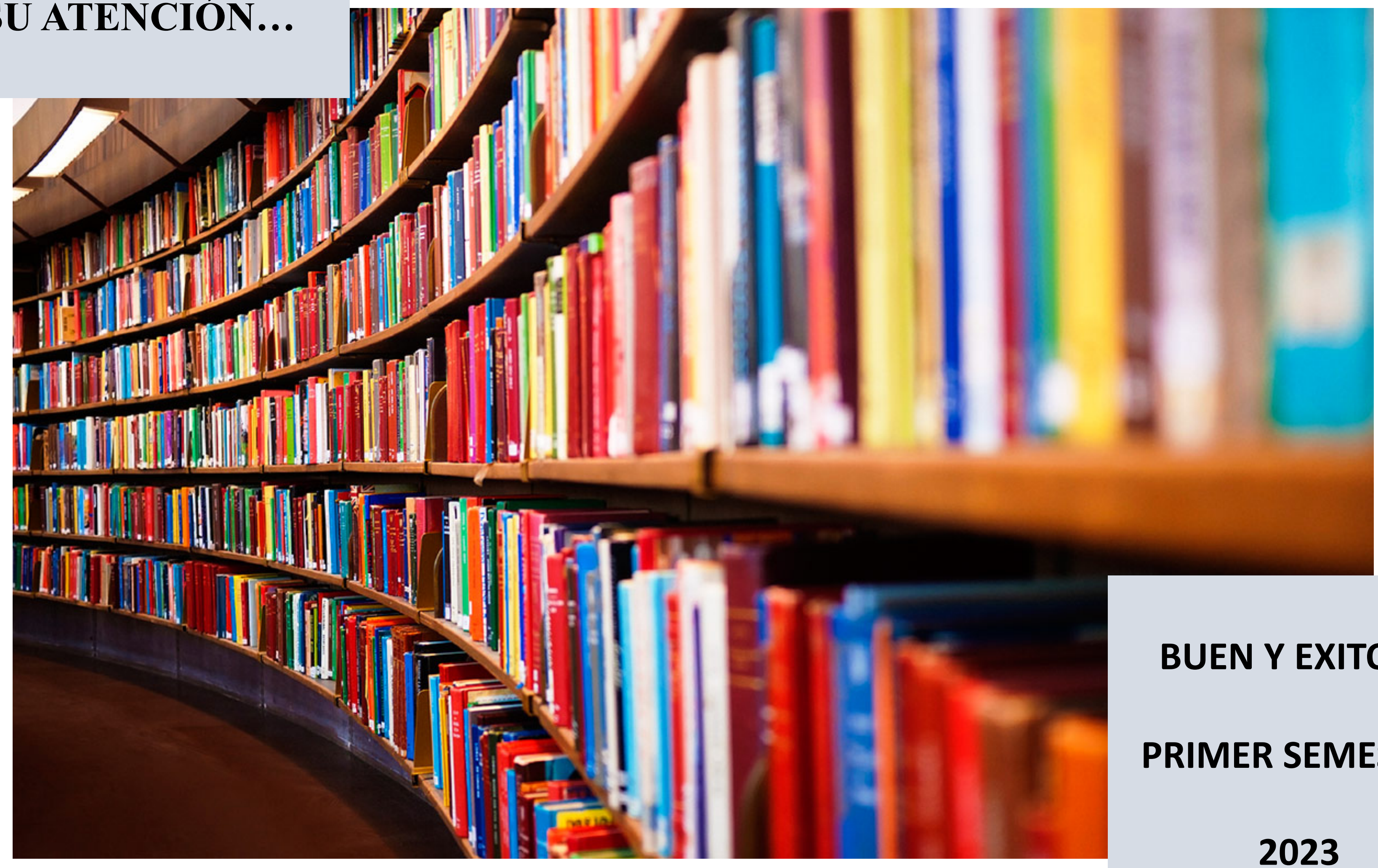
Luego tenemos

$$S_2=\left\{\frac{3}{4}\right\}$$

Así el conjunto solución es:

$$S=\left\{-\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right\}$$

…GRACIAS POR SU ATENCIÓN…



BUEN Y EXITOSO

PRIMER SEMESTRE

2023